

**Ануфриев Егор Александрович**,  
студент гр. ЭН-20-1, ФГБОУ ВО «Ангарский государственный технический университет»,  
**Мазур Владимир Геннадьевич**,  
к.т.н., доцент кафедры «Промышленная электроника и информационно-измерительная техника», ФГБОУ ВО «Ангарский государственный технический университет»,  
**Пудалов Алексей Дмитриевич**,  
к.т.н., доцент кафедры «Промышленная электроника и информационно-измерительная техника», ФГБОУ ВО «Ангарский государственный технический университет»,  
e-mail: puddim@yandex.ru

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ  
ДЛЯ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ  
С ЛИНЕЙНЫМ АКТИВНЫМ УСТРОЙСТВОМ**

**Anufriev E.A., Mazur V.G., Poudalov A.D.**  
**USING MATHEMATICAL MODELING FOR MULTIPARAMETRIC ANALYSIS  
OF ELECTRONIC CIRCUITS WITH A LINEAR ACTIVE DEVICE**

**Аннотация.** Для математического моделирования работы электронных аналоговых линейных устройств предложено использовать матричные методы. Они позволяют при помощи вычислительных средств получать результаты с высокой скоростью расчётов и приемлемой точностью. Для примера предложена схема активного электронного фильтра второго порядка на основе операционного усилителя. Предложен многопараметрический анализ передаточной функции на основе первичных параметров электронной схемы. Предложенный метод анализа линейных активных электронных схем на основе матрицы проводимости позволяет существенно сократить время вычислений и значительно упростить формы записи аналитических выражений. Произведено сравнение результатов вычислений с результатами, полученными в специализированной программе для моделирования электронных схем OrCAD PSpice. Для примера сделан анализ передаточной функции по следующим параметрам: чувствительность, статистический синтез, оптимизация допусков.

**Ключевые слова:** электронная схема, активное устройство, моделирование, матричный метод, параметрический анализ.

**Abstract.** It is proposed to use matrix methods for mathematical modeling of the operation of electronic analog linear devices. They allow using computational tools to obtain results with high calculation speed and acceptable accuracy. For example, a scheme of an active second-order electronic filter based on an operational amplifier is proposed. A multiparametric analysis of the transfer function based on the primary parameters of the electronic circuit is proposed. The proposed method for analyzing linear active electronic circuits based on the conduction matrix can significantly reduce the calculation time and significantly simplify the forms of writing analytical expressions. The calculation results are compared with the results obtained in a specialized program for modeling electronic circuits OrCAD PSpice. For example, the transfer function is analyzed according to the following parameters: sensitivity, statistical synthesis, optimization of tolerances.

**Keywords:** electronic circuit, active device, modeling, matrix method, parametric analysis.

При проектировании различных электронных устройств разработчики часто сталкиваются с задачами расчёта вторичных параметров или определения целевых функций, что, в свою очередь, требует владение математическим аппаратом и знаний основ схемотехники. Такие задачи возникают, когда необходимо

выполнять расчёты режимов работы схемы, производить допусковый анализ или синтез структуры и т. п [1-3]. Обычно эти задачи решаются классическими методами, к которым относятся метод узловых потенциалов и метод контурных токов.

Некоторыми проектировщиками, а также студентами в процессе обучения, используются специализированные программные продукты и различные вычислительные средства (OrCAD PSpice, LabVIEW Multisim и т. п.). С их помощью можно быстро получить результаты расчётов режимов работы электронных схем и, опираясь на них, собрать функционирующий макет устройства. Однако, эти программные пакеты имеют высокую стоимость и их использование может быть затруднено финансовыми ограничениями проектировщика.

Одним из выходов в данной ситуации предлагается использование методов математического моделирования, что позволит избежать построения систем уравнений и без особого труда получать аналитические выражения целевых функции, к которым можно отнести, например, передаточные.

Наиболее эффективными методами, которые успешно себя зарекомендовали при анализе и проектировании электронных устройств, являются матричные. Пример использования таких методов, применительно к пассивным электронным устройствам, показан в [4].

Использование матричных методов для расчёта электрических схем, содержащих активные устройства, позволяет значительно упростить получение целевой функции.

Рассмотрим применение матричного метода для анализа активного электронного фильтра второго порядка на основе линейного устройства, в качестве которого выступает операционный усилитель (ОУ). Электрическая принципиальная схема активного электронного фильтра второго порядка приведена на рисунке 1.

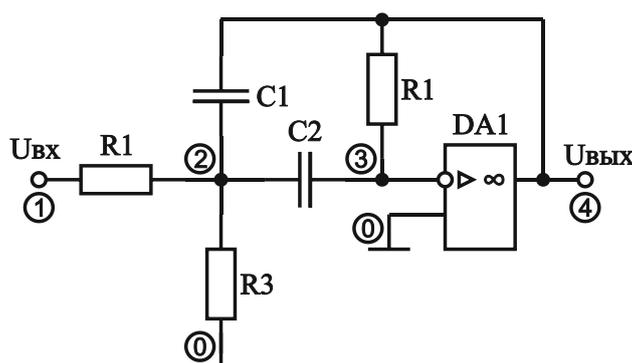


Рисунок 1 – Электрическая принципиальная схема активного электронного фильтра второго порядка

Примем, что в качестве целевой функции для проведения анализа выбран передаточная характеристика. В виде основной матрицы схемы использована матрица проводимости, которая составлена по следующему правилу: на главной диагонали матрицы записываются суммы проводимостей элементов,

прилегающих к данному узлу, остальными элементами будут являться суммы взаимных проводимостей между узлами схемы, взятыми со знаком минус. Для удобства строки и столбцы матрицы пронумерованы в соответствии с номерами узлов схемы (рисунок 1). В элементы матрицы с номерами узлов 3 и 4 записываются параметры модели ОУ.

$$Y(j\omega) = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} \frac{1}{R1} & -\frac{1}{R1} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R1} & \frac{1}{R3} + j\omega(C1 + C2) & -j\omega C1 & -j\omega C2 \\ 0 & -j\omega C1 & \frac{1}{R2} + j\omega C2 + \frac{1}{R_{BX}} & -\frac{1}{R2} \\ 0 & -j\omega C2 & \frac{K_{OY}}{R_{BLY}} \left(1 - \frac{K_{OCC}}{2}\right) - \frac{1}{R2} & \frac{1}{R2} + j\omega C1 + \frac{1}{R_{BLY}} \end{bmatrix} \end{matrix}, \quad (1)$$

где  $j$  – мнимая единица,  $\omega$  – циклическая частота (рад/с),  $K_{OY}$  – коэффициент усиления ОУ,  $K_{OCC}$  – коэффициент ослабления синфазного сигнала ОУ,  $R_{BX}$  – входное сопротивление ОУ,  $R_{BLY}$  – выходное сопротивление ОУ.

Передаточная функция определяется из следующего выражения:

$$K_U(j\omega) = \frac{\Delta_{AB}(j\omega)}{\Delta_{AA}(j\omega)}, \quad (2)$$

где  $\Delta_{AB}(j\omega)$  – определитель матрицы (1), получаемый путём вычёркивания первой строки и последнего столбца,  $\Delta_{AA}(j\omega)$  – определитель матрицы (1), получаемый путём вычёркивания первой строки и первого столбца.

При помощи программного пакета OrCAD PSpice 16.5, предназначенного для моделирования работы электронных схем, построен график амплитудно-частотной характеристики (АЧХ), представляющий собой зависимость передаточной функции от частоты, который показан на рисунке 2.

По рисунку 2 можно оценить частоту квазирезонанса, которая в радианах составляет  $\omega_0 = 1000$  рад/с. Также можно оценить величину передаточной функции на этой частоте, которая составит  $K_U(j\omega_0) \approx 9,1$ .

В программном пакете для математических расчётов MathCAD 15 был построен график передаточной функции (2), который приведён на рисунке 3.

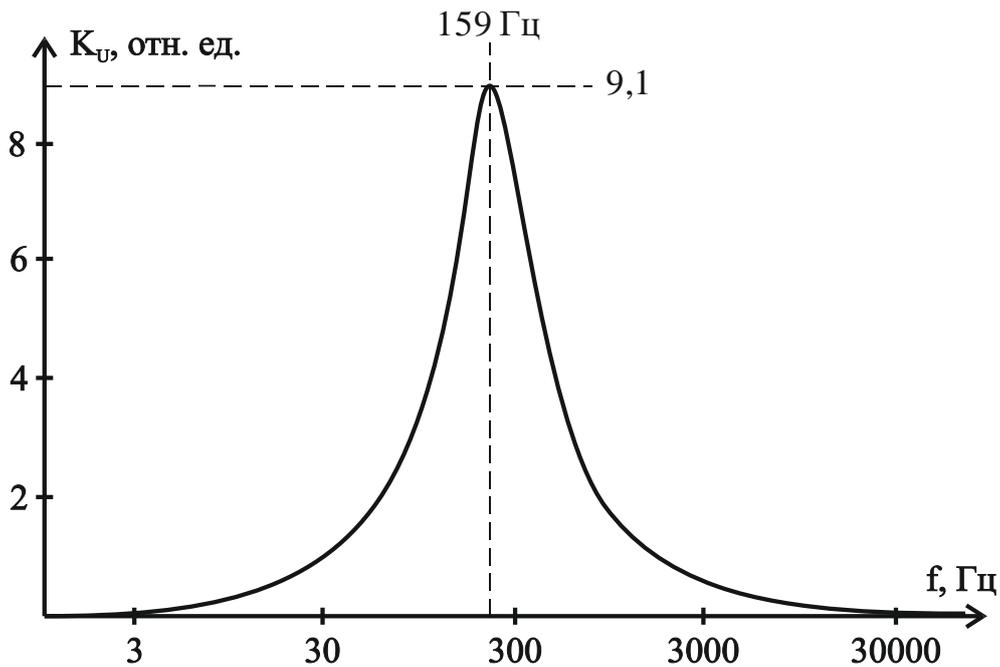


Рисунок 2 – АЧХ, построенная при помощи программного пакета OrCAD PSpice 16.5

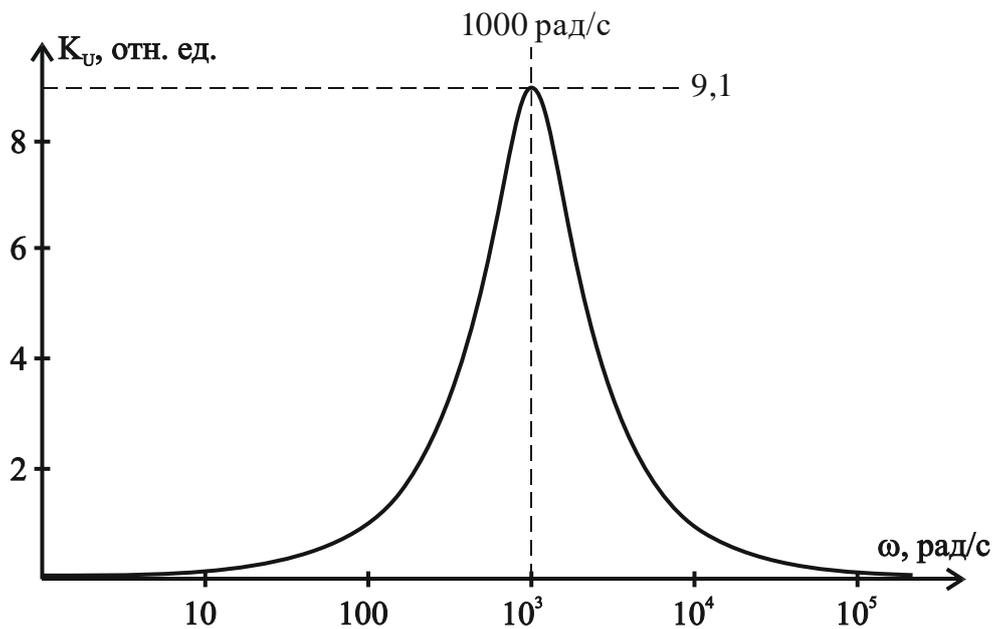


Рисунок 3 – АЧХ, построенная при помощи программного пакета MathCAD 15

Из рисунков 2 и 3 видно практически полное совпадение графиков АЧХ, что говорит о правильности составления матрицы схемы. По рисунку 3 можно также оценить частоту квазирезонанса, которая, как и в первом случае, составляет 1000 рад/с. Точно вычислить эту частоту можно продифференцировав выражение (2) по частоте  $\omega_0$  и приравняв к нулю:

$$\frac{d}{d\omega_0} K_V(j\omega_0) = 0.$$

Решив это уравнение, получаем, что  $\omega_0 = 1000$  рад/с.

При проектировании электронной аппаратуры разработчики зачастую сталкиваются с тем, что ни один из параметров элементов, входящих в разрабатываемое устройство, не соответствует номинальному с абсолютной точностью. Все элементы имеют допуски на разброс параметров. Эта проблема оказывает существенное влияние на конечные характеристики разрабатываемого устройства в целом, например, не позволяет достичь целевых функций. Практический опыт разработчика, в некоторых случаях, позволяет избежать влияние этой проблемы на функционирование разрабатываемого устройства. Однако, авторами статьи предлагается наиболее приемлемый способ, – это применение различных статистических методов анализа [1, 5]. Задачи, такого рода, в проектировании называются допусковым анализом и синтезом электронных схем.

Определение допусков на элементы схем необходимо начинать с анализа чувствительности целевой функции (передаточной характеристики) к изменениям номинальных величин этих элементов. Для этого необходимо продифференцировать выражение (2) по номинальным параметрам элементов:

$$S_{X_i}(j\omega) = \frac{dK_V(j\omega)}{dX_i} \cdot \frac{X_i}{K_V(j\omega)}, \quad (3)$$

где  $i$  – порядковый номер элемента,  $X_i$  –  $i$ -тый номинальный параметр.

Правый множитель выражения (3) нужен для выполнения нормирования функции чувствительности  $S_{X_i}(j\omega)$ , т.к. единицы измерения номинальных параметров элементов могут отличаться в миллионы и даже миллиарды раз.

Для схемы, представленной на рисунке 1, графики зависимости чувствительности передаточной функции от изменения номинальных параметров элементов показаны на рисунке 4.

Допуски на элементы схемы при заданном допуске на изменение передаточной функции можно определить из следующего выражения:

$$\Delta_{X_i}(j\omega_0) = \frac{\Delta_{K_u}(j\omega_0)}{S_{X_i}(j\omega_0)}, \quad (4)$$

где  $\Delta_{K_u}(j\omega_0)$  – допуск на передаточную функцию на частоте квазирезонанса.

Используя выражение (4) определено, что допуски на элементы схемы, показанной на рисунке 1, составляют: на резистор R2  $\pm 2\%$ , на остальные элементы  $\pm 5\%$ . Такая высокая чувствительность передаточной функции к элементу R2 объясняется тем, что он находится в цепи отрицательной обратной связи.

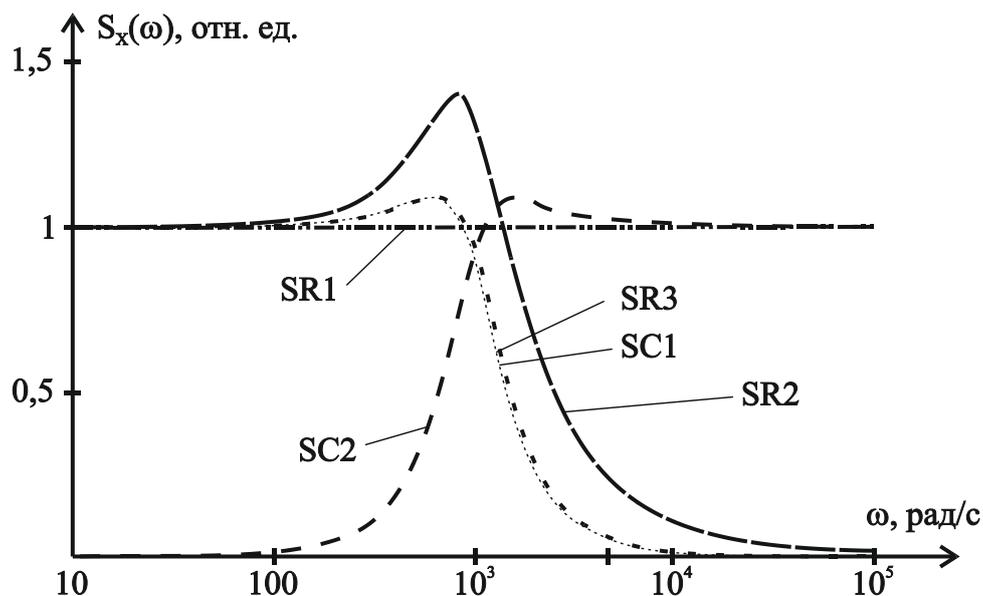


Рисунок 4 – Зависимости чувствительности передаточной функции от изменения номинальных параметров элементов

Определение допусков на элементы схемы не отражает в полной мере правильность вычисления их величин. Дело в том, что допуски на элементы определяются независимо друг от друга через функцию чувствительности (3). В том случае, если изменение номинальных параметров будет принимать значения, попадающие в максимальные отклонения, то суммарный вес всех отклонений приведёт к изменению целевой функции за пределы допуска на неё и схема не будет обеспечивать заданный диапазон изменения вторичных параметров. Таким образом, даже при вычисленных допусках, может возникать вероятность обеспечения неправильного режима работы схемы. Для вычисления этой вероятности можно использовать статистические методы анализа. Применение матричных методов для определения целевой функции может значительно упростить решение этой задачи.

Например, для схемы, представленной на рисунке 1, был задан разброс номиналов элементов в пределах вычисленных допусков по правилу «трёх сигм» согласно нормального закона распределения [5].

При помощи вычислительных средств программного пакета MathCAD 15 были определены гистограммы числа наблюдений передаточной функции на различных интервалах при заданном допуске на неё в пределах  $\pm 5\%$ . Для анализа были заданы разбросы параметров элементов в размере 10 тысяч значений. На рисунке 5 приведён график плотности распределения передаточной функции и её гистограммы.

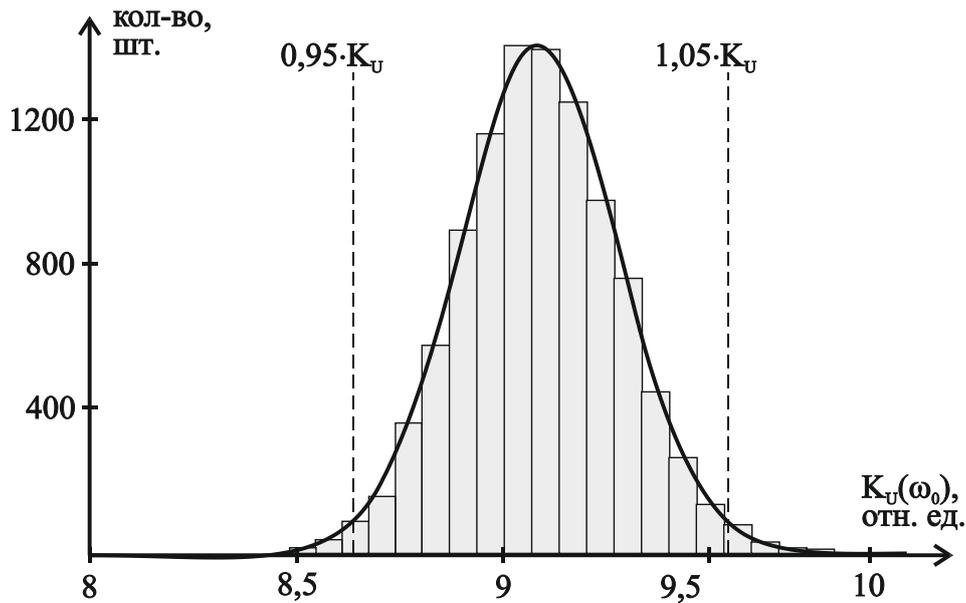


Рисунок 5 – График плотности распределения передаточной функции и гистограммы числа наблюдений этой функции на различных интервалах

На рисунке 5 вертикальными пунктирными линиями показан диапазон допуска на передаточную функцию. Всё, что вышло за пределы этого интервала не обеспечивает правильную работоспособность схемы и является браком. По результатам проведённого анализа брак составил около 1,6 %.

В том случае, если процент брака не обеспечивает требуемого значения, то может возникнуть задача оптимизации допусков. Она может быть весьма сложной для решения или даже не решаемой, когда количество элементов схемы достигает десятков или даже сотен. В этом случае имеет смысл осуществить оптимизацию только для тех элементов, на которые целевая функция имеет наибольшую чувствительность. При помощи матричных методов эту задачу можно решить очень эффективно.

Для выполнения оптимизации необходимо построить область работоспособности схемы, т.е. определить диапазон изменения номинальных параметров элементов таким образом, чтобы разброс значений целевой функции не выходил за пределы допуска.

В качестве примера, построим область работоспособности электронного фильтра, показанного на рисунке 1, только для изменения параметров двух элементов. Вычисления показали, что наибольшей чувствительностью передаточная функция имеет к элементам  $R1$  и  $R2$ .

Задав изменения передаточной функции в пределах  $\pm 5\%$  и одного из параметров, например  $R1$ , в пределах допуска, т.е. в диапазоне  $\pm 5\%$ , решим выражение (2) относительно второго параметра  $R2$ . В результате, получены два

графика, которые ограничивают область работоспособности передаточной функции схемы в пределах допуска  $\pm 5\%$  (рисунок 6).

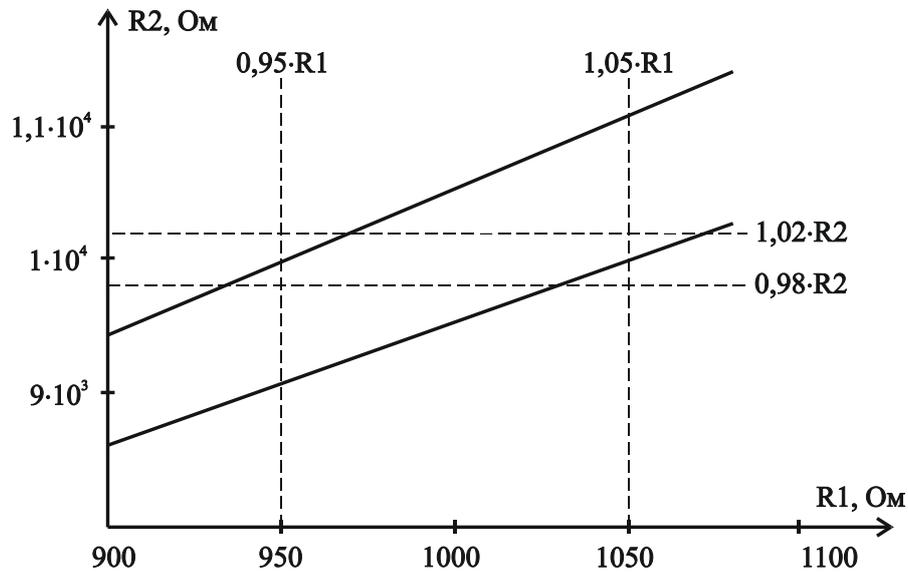


Рисунок 6 – Область работоспособности до оптимизации допусков

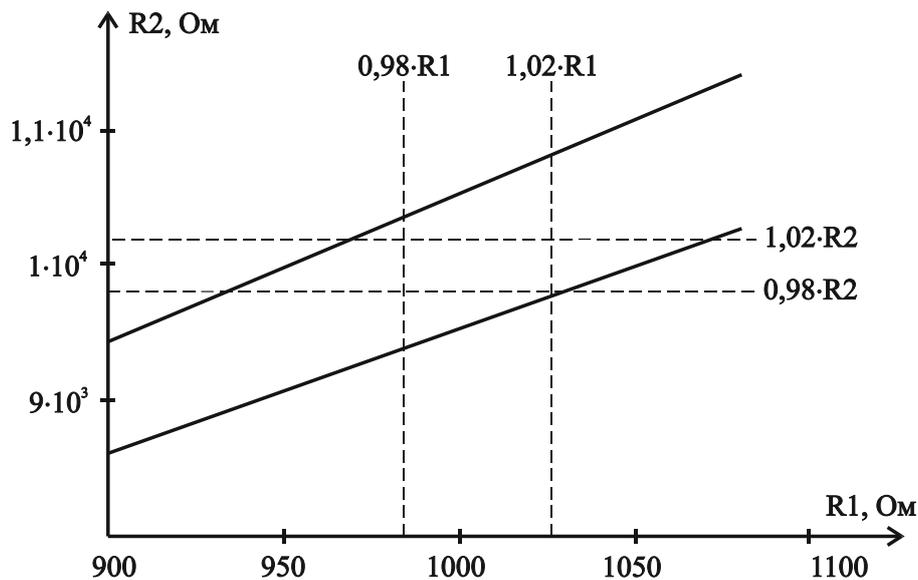


Рисунок 7 – Область работоспособности после оптимизации допусков

Из рисунка 6 видно, что прямоугольник допусков (показан вертикальными и горизонтальными пунктирными линиями) выходит за пределы области работоспособности схемы. Это говорит о том, что при одновременном отклонении номиналов элементов  $R_1$  и  $R_2$  в максимальные величины в диапазоне допусков, передаточная функция не обеспечивает своё изменение в установленных пределах  $\pm 5\%$ . В результате чего необходимо снизить допуск на элемент  $R_1 \pm 5\%$

до  $\pm 2\%$ . Графики области работоспособности схемы с новыми допусками показаны на рисунке 7.

Из рисунка 7 видно, что прямоугольник допусков (показан вертикальными и горизонтальными пунктирными линиями) уже не выходит за пределы области работоспособности и дальнейшая оптимизация допусков элементов не требуется.

Использование матричных методов и программных средств вычислительной техники позволяет значительно упростить задачи анализа и синтеза электронных схем при их проектировании. Однако, стоит отметить, что предложенные методы анализа не исключают применения практического опыта проектирования электронных устройств [6, 7].

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Алексеев, О.В.** Автоматизация проектирования радиоэлектронных средств: Учеб. пособие для вузов / О.В. Алексеев, А.А. Головкин, И.Ю. Пивоваров и др.; Под ред. О.В. Алексеева. – М. : Высшая школа, 2000. – 479 с.

2. **Шахнов, В.А.** Конструкторско-технологическое проектирование электронной аппаратуры: Учебник для вузов / К.И. Билибин, А.И. Власов, Л.В. Журавлева и др.; Под общ. ред. В.А. Шахнова. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. – 568 с.

3. **Хоровиц, П.** Искусство схемотехники / Хоровиц П., Хилл У. – Москва : Издательство БИНОМ 2014. - 704 с. – Текст : непосредственный.

4. **Пудалов, А.Д.** Применение матричных методов для анализа и синтеза электронных схем / Ануфриев Е. А., Мазур В. Г., Пудалов А. Д. // Вестник Ангарского государственного технического университета. – 2023. – № 17. – С. 205–209.

5. **Вентцель, Е.С.** Теория случайных процессов и её инженерные приложения: Учеб. пособие для студ. вузов / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – 3-е изд., перераб. и доп.. – М. : Издательский центр «Академия», 2003. – 432 с.

6. **Мазур, В.Г.** Разработка электронных устройств: Учебное пособие / В.Г. Мазур, М.В. Пильцов, А.Д. Пудалов. – Ангарск : АнгТУ, 2019. – 136 с.

7. **Мазур, В.Г.** Разработка транзисторных усилителей для приборов аналитического контроля: Учебное пособие / В.Г. Мазур, М.В. Пильцов, А.Д. Пудалов. – Ангарск : АнгТУ, 2019. – 72 с.