УДК 621.642.07

Щербин Сергей Анатольевич,
к.т.н., доцент, Ангарский государственный технический университет,
e-mail: dekan_ftk@angtu.ru
Внуков Богдан Геннадиевич,
обучающийся, Ангарский государственный технический университет
Гордеев Константин Игоревич,
магистрант, Ангарский государственный технический университет

ОПТИМИЗАЦИЯ РАЗМЕРОВ СОСУДОВ ИЗ УСЛОВИЯ МИНИМАЛЬНОЙ МАТЕРИАЛОЁМКОСТИ КОРПУСА

Shcherbin S.A., Vnukov B.G., Gordeev K.I.

OPTIMIZATION OF VESSELS SIZES FROM THE CONDITIONS OF THE MINIMUM MATERIAL CONSUMPTION

Аннотация. Рассмотрен метод оптимизации размеров сосудов из условия минимальной материалоемкости корпуса. Получены зависимости оптимального диаметра, высоты и массы корпуса от объема аппарата.

Ключевые слова: сосуд, оптимальные размеры, материалоемкость.

Abstract. The method of optimization of tank sizes for minimum material consumption is considered. The dependences of the optimal diameter, height and weight of the tank body on the volume are obtained.

Keywords: vessel, optimal size, materials consumption.

В химической и нефтехимической промышленности широко применяются сосуды различных конструкций, которые при одинаковом объеме могут иметь разные размеры (диаметр, высоту и толщину стенок корпуса). Соответственно возникает задача определения оптимальных размеров сосудов.

Как правило, наиболее экономичной является такая конструкция, на изготовление которой требуется наименьшее количество материала. В таких случаях размеры оптимизируются из соображений минимальной материалоемкости или, другими словами, минимальной массы сосуда.

В качестве примера рассмотрим цилиндрический сосуд с эллиптическим днищем и крышкой. Выразим массу сосуда:

$$m = \rho_м\left(A_ц s_ц + A_∂ s_∂ + A_к s_к\right),$$

где $\rho_м$ – плотность конструкционного материала, кг/м^3; $A_ц$, $A_∂$ и $A_к$ – соответственно площадь боковой поверхности цилиндрической части, днища и крышки, м^2; $s_ц$, $s_∂$ и $s_к$ – соответственно толщина стенки цилиндрической части, эллиптического днища и крышки, м.

При заданном объеме сосуда V и известной $\rho_м$ величины, входящие в уравнение для определения m, можно выразить через внутренний диаметр D, т.е. представить массу сосуда как функцию от его диаметра:

$$m = f(D).$$

Для определения оптимального диаметра, соответствующего минимальной материалоемкости, необходимо решить уравнение:

$$dm/dD = 0$$

и проверить выполнение условия:

$$d^2m/dD^2 > 0.$$

При выполнении указанного условия, используя найденное значение D и заданный V, можно определить оптимальную высоту корпуса сосуда H.

Объем цилиндрической части высотой $H_ц$ равен:

$$V_ц = \pi D^2 H_ц/4.$$

Объем эллиптического днища (крышки):

$$V_\partial = \pi D^3/24.$$

Найдем полный объем сосуда:

$$V = V_ц + 2V_\partial = \pi D^2 H_ц/4 + 2\pi D^3/24 = \pi D^2 H_ц/4 + \pi D^3/12.$$

Выразим высоту цилиндрической части корпуса:

$$H_ц = 4V/(\pi D^2) - D/3.$$

Площадь боковой поверхности цилиндрической части:

$$A_ц = \pi D H_ц = \pi D(4V/(\pi D^2) - D/3) = 4V/D - 1{,}05D^2.$$

Площадь поверхности эллиптического днища (крышки):

$$A_\partial = 1{,}24D^2.$$

Тогда полная площадь боковой поверхности цилиндрического сосуда с эллиптическим днищем и крышкой:

$$A = A_ц + 2A_\partial = 4V/D - 1{,}05D^2 + 2 \cdot 1{,}24D^2 = 4V/D + 1{,}43D^2.$$

Толщина цилиндрической и эллиптической стенки аппаратов, работающих под внутренним давлением, определяется по выражению [1]:

$$s = s_ц = s_\partial = pD/(2[\sigma]\varphi - p) + c,$$

где p – расчетное давление в сосуде, Па; $[\sigma]$ – допускаемое напряжение конструкционного материала при расчетной температуре, Па; φ – коэффициент прочности сварного шва; c – прибавка к расчетной толщине стенки, м.

Для упрощения выражения используем расчетный комплекс, учитывающий расчетное давление и допускаемое напряжение конструкционного материала [1]:

$$k_s = p/(2[\sigma]\varphi - p),$$

тогда:

$$s = k_s D + c.$$

Выразим массу сосуда через его внутренний диаметр:

$$m = \rho_м A s = \rho_м(4V/D + 1{,}43D^2)(k_s D + c) =$$
$$= \rho_м(4Vk_s + 4Vc/D + 1{,}43cD^2 + 1{,}43k_s D^3).$$

Для определения оптимального диаметра найдем производную полученной функции по диаметру:

$$dm/dD = -4Vc/D^2 + 2{,}86cD + 4{,}29k_s D^2.$$

Проверим выполнение условия:

$$d^2m/dD^2 > 0;$$

$$8Vc/D^3 + 2{,}86c + 8{,}58k_sD > 0,$$ – условие выполняется.

Приравняем первую производную к нулю:

$$4{,}29k_sD^4 + 2{,}86cD^3 - 4Vc = 0.$$

Полученное уравнение не имеет аналитического решения, но может быть решено графически. Используя значение D, можно определить высоту эллиптического днища (крышки) H_∂, общую высоту H и минимальную массу корпуса сосуда m по уравнениям:

$$H_\partial = 0{,}25D;$$

$$H = 4V/(\pi D^2) + D/6;$$

$$m = \rho_м(4V(k_s + c/D) + 1{,}43D^2(k_sD + c)).$$

На рисунках 1 – 3 для примера показаны зависимости оптимального диаметра, высоты и массы корпуса от объема аппарата, выполненного из стали 10 ($[\sigma] = 117$ МПа, $\varphi = 1$, $c = 1{,}5$ мм), работающего под расчетным давлением $p = 0{,}5$ МПа, для которого величина комплекса $k_s = 2{,}141 \cdot 10^{-3}$.

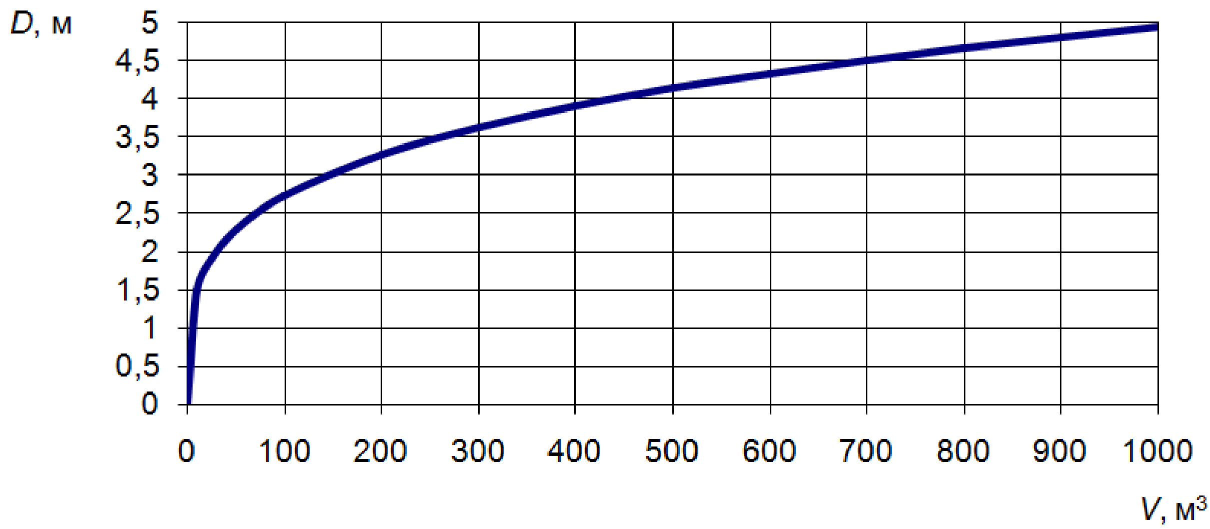

Рисунок 1 – Зависимость оптимального диаметра *D* от объема сосуда *V*

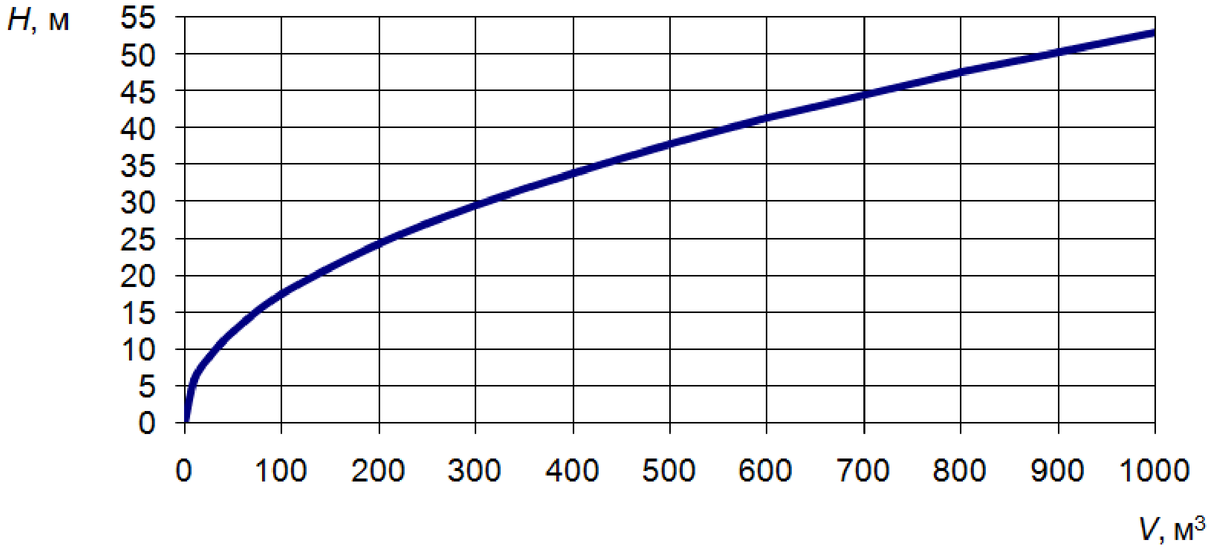

Рисунок 2 – Зависимость оптимальной высоты *H* от объема сосуда *V*

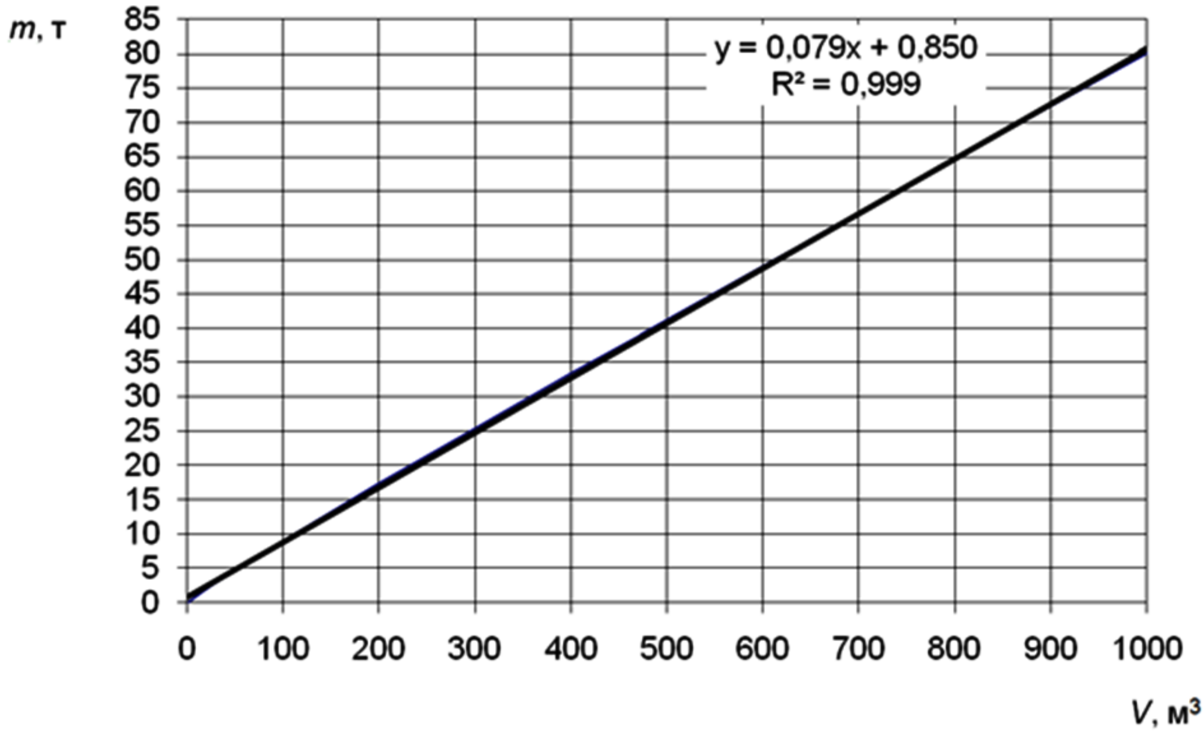

Рисунок 3 – Зависимость минимальной массы корпуса m от объема сосуда V

Видно, что при оптимизации размеров сосудов из условия минимальной материалоемкости высота корпуса практически на порядок превышает диаметр. При этом уменьшается площадь, занимаемая объектом, но увеличивается высота площадок для обслуживания, возрастает нагрузка на фундамент и затраты на его сооружение.

Кроме того, в аппаратах, заполненных жидкими средами, с увеличением высоты столба жидкости $h_ж$ в соответствии с законом Паскаля возрастает гидростатическое давление $p_г$:

$$p_г = p_0 + \rho_ж g h_ж,$$

где p_0 – избыточное давление на свободной поверхности жидкости, Па; $\rho_ж$ – плотность жидкости, кг/м^3; g – ускорение свободного падения, м/с^2.

Существенное увеличение $p_г$ приводит к необходимости увеличения толщины стенки нижней части сосуда и, соответственно, к повышению расхода металла. Характерный пример сосуда, работающего под наливом жидкости – цилиндрические резервуары для хранения нефти и нефтепродуктов, изготавливаемые из нескольких горизонтальных поясов с разной толщиной стенки по высоте сосуда.

ЛИТЕРАТУРА

1. Михалев М.Ф. и др. Расчет и конструирование машин и аппаратов химических производств: Примеры и задачи. – Учебное пособие. – М.: ООО «Торгово-Издательский Дом «Арис», 2010. – 312 с.