УДК 66.021.4

Бальчугов Алексей Валерьевич,
д.т.н., профессор кафедры МАХП,
ФГБОУ ВО «Ангарский государственный технический университет», e-mail: balchug@mail.ru
Шевель Сергей Олегович,
магистрант, ФГБОУ ВО «Ангарский государственный технический университет», e-mail: sergey-shevel@mail.ru

МЕТОДИКА СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЯ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ СЛОЯ НАСАДКИ

Balchugov A.V., Shevel S.O.

METHOD OF STATISTICAL PROCESSING OF THE RESULTS OF MEASURING THE HYDRAULIC RESISTANCE OF THE PACKING LAYER

Аннотация. *Приведен анализ методики статистической обработки результатов измерения гидравлического сопротивления слоя новой насадки как случайной величины.*

Ключевые слова: *случайная величина, гидравлическое сопротивление, регулярная насадка, среднеквадратичное отклонение, ошибка измерения, нормальное распределение.*

Abstract. *The analysis of the method of statistical processing of the results of measuring the hydraulic resistance of the new packing layer as a random variable is presented.*

Keywords: *random variable, hydraulic resistance, regular packing, standard deviation, measurement error, normal distribution.*

Рассмотрим методику статистической обработки результатов измерения случайной величины на примере измерения гидравлического сопротивления орошаемого слоя новой регулярной насадки. Схема лабораторной установки приведена на рис. 1 [1].

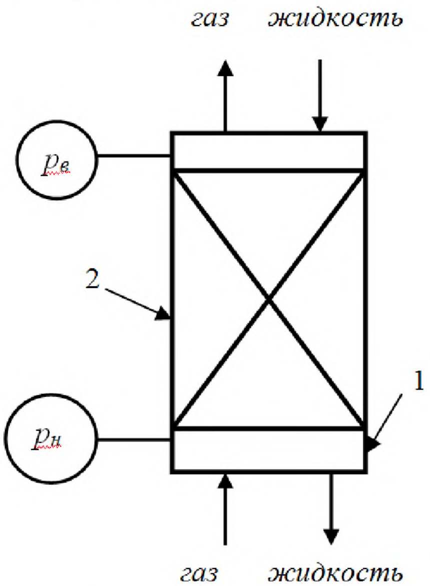

Рис. 1. Схема лабораторной установки для определения гидравлического сопротивления: 1 – колонна; 2 – слой насадки.

Гидравлическое сопротивление представляет собой перепад давления в слое насадки:

$$\Delta p = p_н - p_в,$$

где $p_н$ – давление под слоем насадки, Па; $p_в$ – давление над слоем насадки, Па.

Измерения выполняются с помощью дифманометра при установившемся режиме работы, когда расход жидкости и газа в слое насадки не изменяются. Измерения выполняются многократно для одного и того же режима (не менее 5-10 раз).

Допустим, что в результате многократного измерения гидравлического сопротивления слоя новой регулярной насадки при одних и тех же условиях получены гипотетические данные, представленные в таблице 1 (столбцы 1, 2). Число измерений гидравлического сопротивления n=64. Одно и то же значение гидравлического сопротивления могло быть получено несколько раз (число отсчетов). Имеющийся в наличии прибор (дифманометр) позволяет определить значение Δp в Паскалях с точностью до целого знака.

Допустим, что систематические ошибки измерения отсутствуют. Как видно из таблицы 1, из-за наличия случайных ошибок отдельные значения Δp_1, Δp_2 и т.д. неодинаковы. Случайные ошибки могут быть обусловлены неконтролируемыми скачками расходов жидкости и газа, колебаниями газосодержания в слое насадки, случайным изменением течения струй жидкости по поверхности элементов насадки, колебаниями температуры и т.д. Таким образом, истинное значение гидравлического сопротивления слоя насадки определить невозможно. Можно лишь утверждать, что с некоторой вероятностью истинное значение гидравлического сопротивления находится в пределах $\Delta p \pm \sigma$.

Таблица 1. Результаты измерений гидравлического сопротивления слоя насадки высотой 1 м при одних и тех же условиях

Δp_i, Па	Число отсчетов	Доля отсчетов в суммарном числе измерений, ω_i	Ошибка измерения e_i, Па	$(\Delta \bar{p} - \Delta p_i)^2$
1	**2**	**3**	**4**	**5**
796	3	0,046875	4	16
797	5	0,078125	3	9
798	8	0,125000	2	4
799	10	0,156250	1	1
800	12	0,187500	0	0
801	10	0,156250	1	1
802	7	0,109375	2	4
803	5	0,078125	3	9
804	4	0,062500	4	16
$\Delta \bar{p}$=800 *Па*	n=64	Σ=1	$\bar{e}$=1,69 *Па*	σ=2,10 Па

В качестве наилучшего значения гидравлического сопротивления выбирается среднее арифметическое [2]:

$$\Delta \bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta p_i}{n} = \sum_{i=1}^{n} \Delta p_i \cdot \omega_i = 800 \text{ Па},$$

где n – число выполненных измерений. Строго говоря, среднее арифметическое значение $\Delta \bar{p}$ не является истинным значением гидравлического сопротивления.

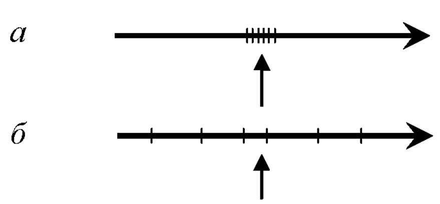

Рис. 2. Результаты многократного измерения гидравлического сопротивления.

ного значения по уравнению (отбросив отрицательный знак):

$$e_i = \left| \Delta \bar{p} - \Delta p_i \right| ,$$

и занесем в таблицу 1 (столбец 4).

Как видно из рис. 2 (*а*, *б*), разброс измеренных значений гидравлического сопротивления может быть различным. Если разброс измеренных значений Δp_1, Δp_2 и т.д. не велик, т.е., если они расположены компактно (рис. 2, *а*), можно ожидать, что истинное значение гидравлического сопротивления близко к среднему арифметическому $\Delta \bar{p}$. Чем меньше разброс результатов, тем ближе среднее арифметическое значение к истинному значению искомой величины. При большом разбросе (рис. 2, *б*) истинное значение гидравлического сопротивления далеко от среднего арифметического значения $\Delta \bar{p}$.

Разброс результатов измерения характеризуется средней ошибкой:

$$\bar{e} = \frac{\sum_{i=1}^{n} e_i}{n} = \sum_{i=1}^{n} e_i \cdot \omega_i = 1{,}69 \text{ Па},$$

где ω_i – доля отсчетов в суммарном числе измерений (таблица 1, столбец 3).

Чем больше средняя ошибка $\bar{e}$, тем больше разброс результатов измерения.

Другой величиной, характеризующей разброс результатов измерения, является среднеквадратичное отклонение σ. Оно определяется по уравнению:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (\Delta \bar{p} - \Delta p_i)^2}{n}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (\Delta \bar{p} - \Delta p_i)^2 \cdot \omega_i} = 2{,}10 \text{ Па}, \qquad (1)$$

Результаты расчета среднеквадратичного отклонения занесены в таблицу 1 (столбец 5).

При точных измерениях величины $\bar{e}$ и σ будут малы. Среднеквадратичным отклонением удобнее пользоваться для характеристики разброса результатов, чем средней ошибкой, поскольку уравнение (1) позволяет избавиться от минуса. Квадрат среднеквадратичного отклонения σ^2 называется дисперсией.

Отношение среднеквадратичного отклонения к средней ошибке в нашем случае (таблица 1) составит:

$$\frac{\sigma}{\bar{e}} = 1{,}24 . \qquad (2)$$

Как показывает математический статистический анализ, в пределах диапазона $\Delta \bar{p} \pm \sigma$ лежит примерно две трети результатов измерения гидравлического сопротивления. Таким образом, вероятность того, что истинное значение гидравлического сопротивления находится в пределах диапазона $\Delta\bar{p}\pm\sigma$, составляет примерно 0,67.

В качестве результата измерения случайной величины обычно указывают ее среднее арифметическое значение и среднеквадратичное отклонение: например, $\Delta\bar{p}\pm\sigma$. Результаты измерений гидравлического сопротивления слоя насадки по данным таблицы 1 могут быть записаны так: Δp=800±2,1 Па.

Результаты измерений, приведенные в таблице 1, можно наглядно представить также в виде гистограммы, изображенной на рис. 3. Гистограмма показывает, сколько раз при измерениях было получено то или иное значение гидравлического сопротивления.

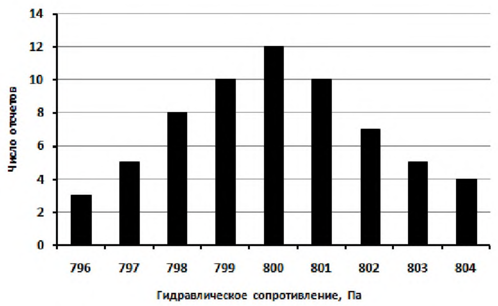

Рис. 3. Гистограмма результатов измерения гидравлического сопротивления слоя насадки.

Если разделить число отсчетов, давших некоторое конкретное значение гидравлического сопротивления, на общее число измерений (n=64), то получим долю отсчетов ω_i, дающих конкретное значение гидравлического сопротивления, в суммарном числе измерений. Результаты расчета доли отсчетов ω_i представлены в таблице 1 (столбец 3) и на рис. 4. Данная кривая (рис. 4) называется кривой распределения [3].

Функция $\omega=f(\Delta p)$, соответствующая кривой распределения (рис. 4), называется плотностью распределения. Математический смысл кривой распределения и плотности распределения состоит в следующем: они показывают, какова вероятность того, что прибор покажет некоторое конкретное значение измеряемой величины (гидравлического сопротивления). Например, из кривой распределения на рис. 4 следует, что вероятность того, что дифманометр покажет значение гидравлического сопротивления слоя насадки 801 *Па*, составляет 0,15625.

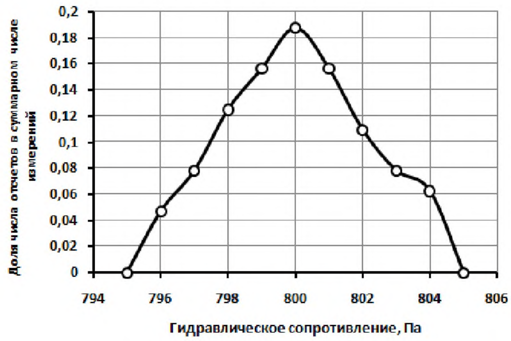

Рис. 4. Кривая распределения измеренных значений гидравлического сопротивления.

Как отмечалось, при точных измерениях величины $\bar{e}$ и σ будут малы, а у кривой распределения (рис. 4) будет узкий максимум вблизи значения $\Delta p=\Delta\bar{p}$. Чем больше разброс результатов, тем шире кривая распределения (рис. 4).

Как показывает опыт, в случае очень большого числа измерений кривая распределения любой случайной физической величины принимает правильную колоколообразную форму (рис. 5). Эта кривая называется нормальным распределением, или распределением Гаусса. В нашем случае эта кривая описывается уравнением:

$$\omega=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-(x-X)^2/2\sigma^2}, \qquad (3)$$

где x – результат измерения (в нашем случае $x=\Delta p$); X – среднее значение ($X=\Delta\bar{p}$); σ – среднеквадратичное отклонение.

Рис. 5. Нормальное распределение измерений гидравлического сопротивления слоя насадки.

Построим нормальное распределение по уравнению (3) для результатов измерения гидравлического сопротивления слоя насадки, учитывая, что $\Delta\bar{p}$=800 *Па*, а σ=2,10 *Па* (рис. 5).

Для нормального распределения среднеквадратичное отклонение связано со средней ошибкой отношением:

$$\frac{\sigma}{\bar{e}} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} = 1{,}253 \ . \qquad (4)$$

Как видно из (2) и (4), в нашем случае реальное отношение среднеквадратичного отклонения к средней ошибке несколько меньше, чем для нормального распределения.

Нормальное распределение (распределение Гаусса) подходит для описания результатов очень большого числа измерений, поскольку оно обладает следующими свойствами:

1. Распределение Гаусса симметрично относительно среднего значения случайной величины ($\Delta\bar{p}$).

2. Распределение Гаусса достигает максимального значения в точке $\Delta\bar{p}$.

3. Распределение Гаусса быстро стремится к нулю, когда модуль ошибки $|\Delta p - \Delta\bar{p}|$ становится большим по сравнению с σ.

4. Распределение Гаусса позволяет легко проводить вычисления.

Кривая нормального распределения позволяет проверить правильность вычисления среднеквадратичного отклонения σ. По рис. 5 можно видеть, что в интервале $\Delta\bar{p}$ ±σ=800±2,1 *Па* под кривой Гаусса заключено примерно две трети всей площади фигуры, образованной кривой Гаусса и осью координат. Это говорит о том, что в пределах диапазона $\Delta\bar{p}$±σ лежит примерно две трети результатов измерения и, следовательно, среднеквадратичное отклонение рассчитано правильно.

Таким образом, методика статистической обработки результатов измерения гидравлического сопротивления состоит в следующем:

1. Расчет среднего арифметического значения $\Delta\bar{p}$.

2. Расчет ошибки каждого измерения *e*.

3. Расчет средней ошибки $\bar{e}$.

4. Расчет среднеквадратичного отклонения σ.

5. Запись результатов измерения в виде $\Delta\bar{p}$±σ.

6. Построение гистограммы.

7. Построение нормального распределения (распределения Гаусса).

8. Проверка правильности расчета σ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андреенко М.В., Бальчугов А.В., Бадеников А.В., Коробочкин В.В. Гидродинамические исследования слоя ударно-распылительной насадки в режиме орошения / Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. 2017. Т. 328. № 12. 116–123.

2. Сквайрс Дж. Практическая физика. М.: Мир, 1971, 247 с.

3. Лютикас В.С. Школьнику о теории вероятностей. М.: Просвещение, 1983. 128 с.