УДК 517.18

Свердлова Ольга Леонидовна,
к.т.н., доцент, Ангарский государственный технический университет,
e-mail:olgasv273@mail.ru
Кондратьева Лариса Михайловна,
к.х.н., преподаватель ГАПОУ ИО АТОПТ, e-mail: kondrateva_lm@mail.ru
Давидюк Вера Владимировна,
преподаватель ГБПОУ ААТТ,e-mail: veradavidyuk@mail.ru

ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ ФУНКЦИИ ПРИ РЕШЕНИИ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ

Sverdlova O.L., Kondratyeva L.M., Davidyuk V.V.

APPLICATION OF A DERIVATIVE FUNCTION IN SOLUTION OPTIMIZATION PROBLEM

Аннотация. В работе рассматривается применение методов дифференциального исчисления при решении оптимизационных задач.

Ключевые слова: оптимизационные задачи, производная функции, математическая модель.

Abstract. The paper considers the application of methods of differential calculus in solving optimization problems.

Keywords: optimization problems, derivative of a function, mathematical mode.

Производная функции, характеризующая скорость изменения функции в данной точке, является одними из основных фундаментальных понятий математики. Понятие производной возникло в XVII веке при решении задач, связанных с определением скорости неравномерного движения и построением касательной к плоской кривой. Решением этих вопросов занимались великие ученые Исаак Ньютон и Готфрид Лейбниц. Независимо друг от друга И. Ньютон и Г. Лейбниц разработали аппарат нахождения производной, которым мы и пользуемся в настоящее время.

В наши дни понятие производной не потеряло своей актуальности. С помощью дифференциального исчисления находят решение большинства задач в науке, технике, экономике и т.д. Зачастую решение практических задач связано не только с изучением самого процесса и скорости его изменения, но и с отысканием оптимальных значений функции, описывающей данный процесс на некотором промежутке. В подобных задачах необходимо, не выходя за рамки данных в условии задачи, минимизировать (или максимизировать) исходную функцию. Нередко ответ на поставленный вопрос может быть найден с использованием методов дифференциального исчисления [1].

Алгоритм решения задач с отысканием оптимальных значений состоит их трех этапов:

1. формирование математической модели изучаемого объекта;
2. работа с моделью (осуществляется выбор или разработка методов решения (исследования));
3. проведение расчетов, обработка и анализ полученных результатов [1].

В самых простых задачах оптимизации исследуемая величина зависит от одной переменной. Поэтому второй этап алгоритма основывается на теореме Вейерштрасса, доказываемой в курсах математического анализа. Для проведения расчетов используют практическое правило нахождения наибольшего и наименьшего значения функции $f(x)$ на отрезке $[a,b]$, где она непрерывна: 1) найти критические точки, лежащие внутри отрезка $[a,b]$ и вычислить значение функции в этих точках; 2) вычислить значение функции на концах отрезка; 3) сравнить полученные значения [2].

Обработка и анализ полученных результатов проводится в соответствии с условием задачи.

В качестве одного из примеров оптимизационных задач предлагается рассмотреть задачу на нахождение сечения балки, вытесанной из цилиндрического бревна, радиуса R, чтобы её прочность была наибольшей. Прочность балки прямоугольного сечения пропорциональна произведению ее ширины на квадрат высоты.

Оптимизируемая величина y – прочность балки, которая зависит от ширины x и высоты h прямоугольника, где $0 \le x \le 2R$ (так как осевое сечение представляет прямоугольник). Высота прямоугольника связана с шириной соотношением $h^2 = 4R^2 - x^2$. Прочность балки y пропорциональна произведению xh^2, т.е. $y = k\,xh^2$ (где $k > 0$). Следовательно, математическая модель задачи будет иметь вид

$$y = k\,x\left(4R^2 - x^2\right) \to \max\,, \tag{1}$$

где $x \in [0, 2R]$.

Опираясь на теорему Вейерштрасса и используя практическое правило нахождения наибольшего значения функции на отрезке, получаем при $x = 2R/\sqrt{3}$ значение y принимает наибольшее значение, т.е. $y\left(2R/\sqrt{3}\right) \to \max$. Далее находим высоту $h = 2R\sqrt{2}/\sqrt{3} \Rightarrow h/x = \sqrt{2}$.Таким образом, сечением балки должен служить прямоугольник, у которого отношение высоты к ширине равно $\sqrt{2}$.

Квалифицированные мастера приходят к такому же результату, опираясь на свой опыт и принимая указанное отношение равным 1,4 ($\sqrt{2} \approx 1{,}4$).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Кремер, Н.Ш.** Исследование операций в экономике: Учеб.пособие для вузов / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин, М.Н. Фридман. – М.: Банки ибиржи, ЮНТИТИ, 1997. – 407 с.– Библиогр.: с. 5-17. – 15000 экз. – ISBN5-85173-092-7. – Текст: непосредственный.

2. **Запорожец, Г.И.** Руководство к решению задач по математическому анализу / Г.И. Запорожец. – М.: Издательство «Высшая школа», 1964. – 480 с.– Библиогр.: с. 60-135. – 200000 экз.