

УДК 681.5

**Кобозев Владимир Юрьевич**,  
старший преподаватель кафедры «Автоматизация технологических процессов»,  
ФГБОУ ВО «Ангарский государственный технический университет»,  
e-mail: v-kobozeff@ya.ru

**Истомин Андрей Леонидович**,  
профессор кафедры «Вычислительные машины и комплексы»,  
ФГБОУ ВО «Ангарский государственный технический университет»,  
e-mail: a.l.istomin@mail.ru

**Кривов Максим Викторович**,  
заведующий кафедрой «Вычислительные машины и комплексы»,  
ФГБОУ ВО «Ангарский государственный технический университет»,  
e-mail: vmk@angtu.ru

**Колмогоров Алексей Геннадьевич**,  
заведующий кафедрой автоматизации технологических процессов,  
ФГБОУ ВО «Ангарский государственный технический университет»,  
e-mail: atr@angtu.ru

## ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ НАГРЕВОМ ПАРОМ ИСХОДНОГО СЫРЬЯ В ПЕРИОДИЧЕСКОМ РЕАКТОРЕ ПОЛИМЕРИЗАЦИИ СТИРОЛА

*Kobozev V.Y., Istomin A.L., Krivov M.V., Kolmogorov A.G.*

### OPTIMAL CONTROL OF THE HEATING OF THE PERIODIC STYRENE POLYMERIZATION REACTOR

**Аннотация.** На основе принципа максимума Понтрягина поставлена и решена задача о быстродействии нагрева исходного сырья в периодическом реакторе с мешалкой, применяемого в процессе суспензионной полимеризации стирола. Приведено математическое описание объекта управления со схемой потоков, система допущений, упрощающих составление модели, математическая модель объекта управления, постановка задачи оптимального управления и полученные решения.

**Ключевые слова:** оптимальное управление, задача о быстродействии, нагрев паром, полимеризация стирола.

**Abstract.** Based on the Pontryagin maximum principle, the problem of the high-speed heating of the feedstock in a batch reactor with a stirrer used in the process of suspension polymerization of styrene has been posed and solved. A mathematical description of the control object with a flow diagram, a system of assumptions that simplify the creation of a model, a mathematical model of the control object, the formulation of the optimal control problem and the solutions obtained are given.

**Keywords:** optimal control, speed problem, steam heating, styrene polymerization.

На предприятиях химической и нефтехимической промышленности часто встречается задача нагрева или охлаждения исходного сырья или продуктов переработки в емкостях, оснащенных «рубашками» с циркулирующим в них теплоносителем или хладогентом [1-4]. В больших емкостях как для нагрева, так и охлаждения содержимого до нужной температуры требуются значительные энергетические затраты. Поэтому управление тепловыми процессами часто является определяющим фактором в технико-экономических показателях производства.

В данной статье исследована задача о быстродействии нагрева паром исходного

сырья на предварительной стадии суспензионной полимеризации производства полистирола в периодическом реакторе.

Технологический процесс суспензионной полимеризации стирола от начала и до конца проводится в реакторе с мешалкой - полимеризаторе, представляющего собой стальной цилиндрический сосуд, снабженный рубашкой для циркуляции греющего пара и охлаждающей воды. Несколько стадий в процессе полимеризации стирола связаны с нагревом исходного сырья и реакционной смеси водяным паром до заданных температур [5, 6].

Поскольку от продолжительности стадий нагрева зависит продолжительность

всего технологического цикла производства полистирола управление нагревом становится одним из важнейших факторов в технико-экономических показателях производства полистирола.

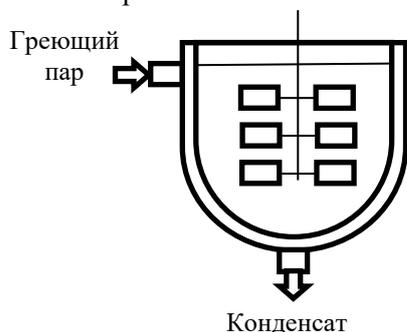


Рисунок 1 – Схема потоков в реакторе полимеризации

Нагрев исходного сырья до заданной температуры осуществляется после полной загрузки и гомогенизации в реакторе исходных компонентов. Схема потоков в реакторе полимеризации стирола показана на рисунке 1.

Исходными компонентами для первой ступени полимеризации является стирол, вода, низкотемпературный инициатор (перекись бензоила) и навески для придания полистиролу самозатухающих свойств и регулирования его молекулярного веса. Нагрев исходного сырья идет до температуры начала разложения перекиси бензоила, которая составляет 85 °С и с которой начинается стадия предварительной полимеризации стирола.

Схема потоков на рисунке 1 показывает, что реактор является периодическим, в процессе нагрева сырья конвективные потоки сырья на входе и выходе отсутствуют. Передача тепла от греющего пара содержанию реактора осуществляется через разделяющую реактор и паровую рубашку поверхность. В рассматриваемом реакторе установлена трехъярусная, двухлопастная мешалка, поэтому можно принять допущение, что в реакторе отсутствует передача тепла теплопроводностью. Поскольку в рубашку при нагреве непрерывно подается греющий пар, имеются конвективные потоки пара на входе и конденсата на выходе рубашки. Как и для реактора, примем до-

пущение о том, что передача тепла в рубашке и в стенке за счет теплопроводности незначительна. Будем полагать, что нет теплообмена между теплоносителем и окружающей средой через поверхность рубашки. В процессе нагрева сырья до температуры иницирования перекиси бензоила отсутствуют объемные потоки тепла, вызванные химической реакцией.

С учетом принятых допущений реактор, стенку и рубашку реактора можно описать моделью аппарата идеального смешения [7] (периодического – для реактора и стенки; непрерывного – для паровой рубашки).

Уравнения скорости изменения температуры конденсата в рубашке  $T_k$ , разделяющей стенки  $T_s$  и сырья в реакторе  $T_r$  в случае нагрева паром в виде уравнений Коши будут выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{dT_k}{dt} = \frac{v_p I}{V_p \rho_k c_{pk}} - \frac{v_k T_k}{V_p} + \frac{k_{ks} F}{V_p \rho_k c_{pk}} (T_s - T_k), \\ \frac{dT_s}{dt} = \frac{k_{ks} F}{V_s \rho_s c_{ps}} (T_k - T_s) + \frac{k_{sr} F}{V_s \rho_s c_{ps}} (T_r - T_s), \\ \frac{dT_r}{dt} = \frac{k_{sr} F}{V_r \rho_r c_{pr}} (T_s - T_r), \end{cases} \quad (1)$$

где  $v_p$  и  $v_k$  – объемные расходы пара и конденсата, соответственно, м<sup>3</sup>/с;  $I$  – энтальпия пара, кДж/кг;  $k_{ks}$  и  $k_{sr}$  – коэффициенты теплоотдачи от конденсата к стенке и от стенки к реакционной смеси, кДж/(м<sup>2</sup>·°С·с);  $F$  – поверхность теплообмена, м<sup>2</sup>;  $V_p$ ,  $V_s$  и  $V_r$  – объемы паровой рубашки, стенки и сырья в реакторе, соответственно, м<sup>3</sup>;  $\rho_k$ ,  $\rho_s$  и  $\rho_r$  – плотности конденсата, стенки и сырья в реакторе, соответственно, кг/м<sup>3</sup>;  $c_{pk}$ ,  $c_{ps}$  и  $c_{pr}$  – удельные теплоемкости конденсата, стенки и сырья, соответственно, кДж/(кг·°С).

Выражая расход конденсата  $v_k$  через расход пара  $v_k = v_p \rho_p / \rho_k$ , преобразуем систему (1) к следующему виду

$$\begin{cases} \frac{dT_k}{dt} = \frac{v_p I}{V_p \rho_k c_{pk}} - \frac{v_p \rho_p T_k}{V_p \rho_k} + \frac{k_{ks} F}{V_p \rho_k c_{pk}} (T_s - T_k), \\ \frac{dT_s}{dt} = \frac{k_{ks} F}{V_s \rho_s c_{ps}} (T_k - T_s) + \frac{k_{sr} F}{V_s \rho_s c_{ps}} (T_r - T_s), \\ \frac{dT_r}{dt} = \frac{k_{sr} F}{V_r \rho_r c_{pr}} (T_s - T_r), \end{cases} \quad (2)$$

Зададим начальные условия для всех трех переменных в начале нагрева при  $t = 0$  и граничное условие – заданную температуру в реакторе по окончании управления в момент времени  $t = T$

$$\begin{aligned} T_k(0) = T_k^0, T_s(0) = T_s^0, \\ T_r(0) = T_r^0, T_r(T) = T_r^T. \end{aligned} \quad (3)$$

Так как движущей силой тепловых процессов является разность температур сред, при наличии которой тепло передается от среды с большей температурой к среде с меньшей температурой, в конечный момент времени  $t = T$  температуры конденсата, стенки паровой рубашки и сырья в реакторе станут равными. Тогда к условиям (3) добавятся значения температур конденсата и стенки рубашки, равные заданной температуре в реакторе в момент времени  $t = T$

$$\begin{aligned} T_k(T) = T_r^T, T_s(T) = T_r^T, T_r(0) = T_r^0, \\ T_r(T) = T_r^T. \end{aligned} \quad (4)$$

Управляющим воздействием является расход греющего пара, подаваемого в рубашку.

Функционал качества управления в задаче о быстродействии нагрева задается в виде

$$J = \int_0^T 1 dt = T \rightarrow \min. \quad (5)$$

На расход греющего пара в рубашку ректора накладываем ограничение

$$0 \leq v_p \leq U_{\max}. \quad (6)$$

Требуется определить расход греющего пара в рубашку реактора  $v_p^*(t)$ , который обеспечивает нагрев сырья в реакторе до заданной температуры за кратчайшее время.

Известно, что в задаче о быстродействии на основе принципа максимума Понтрягина управляющие воздействия принимают только свои предельные значения. Это означает, что уравнения системы

(2) будут линейными, и, следовательно, принцип максимума Понтрягина будет и необходимым, и достаточным условием оптимальности для решения поставленной задачи [8].

Гамильтониан для данной задачи принимает вид

$$\begin{aligned} H(T, \psi, v_p) = -1 \cdot \psi_0 + \psi_1 \left[ \frac{v_p I}{V_p \rho_k c_{pk}} - \right. \\ \left. - \frac{v_p \rho_p T_k}{V_p \rho_k} + \frac{k_{ks} F}{V_p \rho_k c_{pk}} (T_s - T_k) \right] + \psi_2 \times \\ \times \left[ \frac{k_{ks} F}{V_s \rho_s c_{ps}} (T_k - T_s) + \frac{k_{sr} F}{V_r \rho_r c_{pr}} (T_r - T_s) \right] + \\ + \psi_3 \left[ \frac{k_{sr} F}{V_r \rho_r c_{pr}} (T_s - T_r) \right], \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\psi_i, i = \overline{0, 3}$  – сопряженные функции к системе уравнений (2) и подынтегральному выражению в функционале (5).

Рассматривая в гамильтониане только члены, зависящие от искомого управления  $v_p(t)$ , получим из выражения (7)

$$\bar{H}(T, \psi, v_p) = \psi_1 \left( \frac{v_p I}{V_p \rho_k c_{pk}} - \frac{v_p \rho_p T_k}{V_p \rho_k} \right) \quad (8)$$

Чтобы гамильтониан (7) принимал максимальное значение, необходимо соблюсти управление

$$v_p^*(t) = \begin{cases} U_{\max}, & \text{если } \psi_1 \left( \frac{I - \rho_p c_{pk} T_k}{V_p \rho_k c_{pk}} \right) > 0, \\ 0, & \text{если } \psi_1 \left( \frac{I - \rho_p c_{pk} T_k}{V_p \rho_k c_{pk}} \right) \leq 0. \end{cases} \quad (9)$$

Для нахождения оптимального управления необходимо определить выражения для сопряженных функций, в том числе  $\psi_1(t)$ , при которой система уравнений (2) удовлетворяет начальным и граничным условиям (3) и (4).

Сопряженные функции определяются уравнениями

$$\frac{d\psi_i}{dt} = - \frac{\partial H}{\partial T_i}, \quad i = k, s, r, \quad (10)$$

и выглядят следующим образом

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\psi_0}{dt} &= 0, \\ \frac{d\psi_1}{dt} &= \psi_1 \left( \frac{v_p \rho_p}{V_k \rho_k} + \frac{k_{ks} F}{V_k \rho_k c_{\rho k}} \right) - \psi_2 \left( \frac{k_{ks} F}{V_s \rho_s c_{\rho s}} \right), \\ \frac{d\psi_2}{dt} &= -\psi_1 \left( \frac{k_{ks} F}{V_k \rho_k c_{\rho k}} \right) + \psi_2 \left( \frac{k_{ks} F}{V_s \rho_s c_{\rho s}} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{k_{sr} F}{V_s \rho_s c_{\rho s}} \right) - \psi_3 \left( \frac{k_{sr} F}{V_r \rho_r c_{\rho r}} \right), \\ \frac{d\psi_3}{dt} &= -\psi_2 \left( \frac{k_{sr} F}{V_s \rho_s c_{\rho s}} \right) + \psi_3 \left( \frac{k_{sr} F}{V_r \rho_r c_{\rho r}} \right). \end{aligned} \right. \quad (11)$$

Поскольку в соответствии с принципом максимума  $\psi_0 = -1$  [8], искать решение системы (11) будем для  $\psi_1, \psi_2$  и  $\psi_3$ .

Очевидно, что в задаче о быстродействии в начальный момент времени при  $t=0$  нагрев ведется под воздействием управления  $v_p(t) = U_{\max}$ . При нем система (2) будет неоднородной с матрицей коэффициентов и вектором-столбцом свободных членов следующего вида

$$\begin{pmatrix} -\frac{U_m \rho_p}{V_k c_{\rho k}} - \frac{k_{ks} F}{V_k \rho_k c_{\rho k}} & \frac{k_{ks} F}{V_k \rho_k c_{\rho k}} & 0 \\ \frac{k_{ks} F}{V_s \rho_s c_{\rho s}} & -\frac{k_{ks} F}{V_s \rho_s c_{\rho s}} - \frac{k_{sr} F}{V_r \rho_r c_{\rho r}} & \frac{k_{sr} F}{V_r \rho_r c_{\rho r}} \\ 0 & \frac{k_{sr} F}{V_r \rho_r c_{\rho r}} & -\frac{k_{sr} F}{V_r \rho_r c_{\rho r}} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{U_m I \rho_p}{V_k \rho_k c_{\rho k}} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

В конечный момент времени  $t=T$  при управляющем воздействии  $v_p(T) = 0$  система (2) становится однородной системой с матрицей коэффициентов

$$\begin{pmatrix} -\frac{k_{ks} F}{V_p \rho_k c_{\rho k}} & \frac{k_{ks} F}{V_p \rho_k c_{\rho k}} & 0 \\ \frac{k_{ks} F}{V_s \rho_s c_{\rho s}} & -\frac{k_{ks} F}{V_s \rho_s c_{\rho s}} - \frac{k_{sr} F}{V_r \rho_r c_{\rho r}} & \frac{k_{sr} F}{V_r \rho_r c_{\rho r}} \\ 0 & \frac{k_{sr} F}{V_r \rho_r c_{\rho r}} & -\frac{k_{sr} F}{V_r \rho_r c_{\rho r}} \end{pmatrix}$$

Система сопряженных функций (11) для  $v_p(t) = U_{\max}$  в начальный момент времени  $t=0$  при  $v_p(T) = 0$  и в конечный момент времени  $t=T$  представляется системами однородных уравнений с постоянными коэффициентами вида

$$\begin{pmatrix} \frac{U_{\max} \rho_p}{V_k \rho_k} + \frac{k_{ks} F}{V_k \rho_k c_{\rho k}} & -\frac{k_{ks} F}{V_s \rho_s c_{\rho s}} & 0 \\ -\frac{k_{ks} F}{V_k \rho_k c_{\rho k}} & \frac{k_{ks} F}{V_s \rho_s c_{\rho s}} + \frac{k_{sr} F}{V_s \rho_s c_{\rho s}} & -\frac{k_{sr} F}{V_r \rho_r c_{\rho r}} \\ 0 & -\frac{k_{sr} F}{V_s \rho_s c_{\rho s}} & \frac{k_{sr} F}{V_r \rho_r c_{\rho r}} \end{pmatrix}$$

и

$$\begin{pmatrix} \frac{k_{ks} F}{V_k \rho_k c_{\rho k}} & -\frac{k_{ks} F}{V_s \rho_s c_{\rho s}} & 0 \\ -\frac{k_{ks} F}{V_k \rho_k c_{\rho k}} & \frac{k_{ks} F}{V_s \rho_s c_{\rho s}} + \frac{k_{sr} F}{V_s \rho_s c_{\rho s}} & -\frac{k_{sr} F}{V_r \rho_r c_{\rho r}} \\ 0 & -\frac{k_{sr} F}{V_s \rho_s c_{\rho s}} & \frac{k_{sr} F}{V_r \rho_r c_{\rho r}} \end{pmatrix}$$

соответственно.

Для решения системы линейных однородных и неоднородных дифференциальных уравнений применен матричный способ решения [9], согласно которому решение ищется на основе собственных значений и собственных векторов матрицы коэффициентов.

В соответствии с теоремой о конечности числа переключений [10], если все собственные значения матрицы коэффициентов системы (2) действительны, а управления принимают вид кусочно-постоянных функций, принимающих только предельные значения, в оптимальном управлении имеются не более  $n-1$  переключений (не более  $n$  интервалов постоянства), где  $n$  - порядок системы (2).

Помимо шести постоянных интегрирования (трех для температур и трех для сопряженных функций) для каждого из управлений необходимо определить еще и момент времени оптимального управления  $T$ .

Постоянные интегрирования, время управления  $T$  и время смены управляющего воздействия с  $v_p(t) = U_{\max}$  до  $v_p(T) = 0$  находим в результате стыковки решений в момент переключения  $\bar{t}$ .

Для нахождения постоянных интегрирования в решениях для сопряженных функций можно воспользоваться условием принципа максимума, в соответствии с которым на интервале управления  $t \in [0, T]$  выполняется тождество:

$$H[T^*(t), \psi^*(t), v_p^*(t)] \equiv 0.$$

Тогда из уравнений гамильтониана в

начальный и конечный моменты времени находим недостающие постоянные интегрирования для сопряженных функций.

Покажем решение задачи о быстродействии нагрева паром исходного сырья до температуры разложения низкотемпературного инициатора на стадии предварительной полимеризации стирола на примере данных Ангарского завода полимеров.

В таблице 1 приведены конструктивные и теплофизические параметры для потоков и реактора полимеризации стирола.

Граничные условия для переменных в начальный  $t = 0$  и конечный  $t = T$  моменты времени:

$$T_k(0) = 10, T_s(0) = 10, T_r(0) = 10, \\ T_k(T) = 85, T_s(T) = 85, T_r(T) = 85. \quad (12)$$

Начальные условия для сопряженных функций системы (10) неизвестны.

Таблица 1

Параметры объекта управления на первой стадии нагрева сырья

Наименование	Обозначение	Единицы
Объем загруженного сырья	$V_r = 7,5$	$\text{м}^3$
Объем стенки паровой рубашки	$V_s = 0,05$	$\text{м}^3$
Объем паровой рубашки	$V_p = 3$	$\text{м}^3$
Поверхность теплообмена	$F = 30$	$\text{м}^2$
Коэффициент теплоотдачи от пара к стенке	$k_{ps} = 3,5$	$\text{кДж}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{с})$
Коэффициент теплоотдачи от стенки к сырью	$k_{sr} = 1,5$	$\text{кДж}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{с})$
Плотность сырья	$\rho_r = 935,4$	$\text{кг}/\text{м}^3$
Плотность греющего пара	$\rho_p = 4$	$\text{кг}/\text{м}^3$
Плотность стенки паровой рубашки	$\rho_s = 7800$	$\text{кг}/\text{м}^3$
Плотность конденсата	$\rho_k = 934$	$\text{кг}/\text{м}^3$
Удельная теплоемкость сырья	$c_{pr} = 2,59$	$\text{кДж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$
Удельная теплоемкость конденсата	$c_{pk} = 4,2$	$\text{кДж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$
Удельная теплоемкость стенки рубашки	$c_{ps} = 0,468$	$\text{кДж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$
Энтальпия пара при давлении 0,6 МПа	$I = 683,302$	$\text{кДж}/\text{кг}$
Допустимый расход греющего пара	$0 \leq v_p \leq 0,35$	$\text{м}^3/\text{с}$

Естественный способ решения задачи

состоит в следующем. Считая управления

известными, интегрируют уравнения движения системы (2) для всех предельных управлений. Затем, используя граничные условия для координат системы (2), получают систему нелинейных уравнений, которая однозначно определяет параметры оптимального процесса.

Так, с учетом данных табл. 1 в начальный момент времени  $t = 0$  при максимальном значении расхода пара  $v_p(t = 0) = 0,35 \text{ м}^3/\text{с}$  система уравнений (2) примет вид

$$\begin{cases} \frac{dT_k}{dt} = 0,081 - 4,996 \times 10^{-4} T_k + \\ + 8,922 \times 10^{-3} (T_s - T_k), \\ \frac{dT_s}{dt} = 0,575(T_k - T_s) + 0,247(T_r - T_s), \\ \frac{dT_r}{dt} = 2,478 \times 10^{-3} (T_s - T_r). \end{cases} \quad (13)$$

Собственные значения матрицы однородной системы линейных уравнений имеют вид:  $\lambda_1 = -0,829$ ,  $\lambda_2 = -0,0047$ ,  $\lambda_3 = -0,00018$ .

С учетом найденного решения однородной системы приведем окончательное решение неоднородной системы (13):

$$\begin{aligned} T_k(t) &= (C_1 + 165,189e^{0,00018t} + 10,907e^{0,0047t}) \times \\ &\quad \times (0,632e^{-0,0047t} + 0,367e^{-0,00018t}) + \\ &\quad + (C_3 + 165,189e^{0,00018t} - 6,326e^{0,0047t}) \times \\ &\quad \times (0,632e^{-0,0047t} - 0,632e^{-0,00018t}), \\ T_s(t) &= (C_1 + 165,189e^{0,00018t} + 10,907e^{0,0047t}) \times \\ &\quad \times (0,348e^{-0,0047t} + 0,367e^{-0,00018t} - 0,715e^{-0,829t}) + \\ &\quad + (C_2 + 165,189e^{0,00018t} + 5,999e^{0,0047t} - \\ &\quad - 0,069e^{0,829t}) e^{-0,829t} + (C_3 + 165,189e^{0,00018t} - \\ &\quad - 6,326e^{0,0047t}) (0,348e^{-0,0047t} - 0,714e^{-0,00018t} + \\ &\quad + 0,284e^{-0,829t}), \\ T_r(t) &= (C_1 + 165,189e^{0,00018t} + 10,907e^{0,0047t}) \times \\ &\quad (0,367e^{-0,00018t} - 0,367e^{-0,0047t}) + \\ &\quad + (C_3 + 165,189e^{0,00018t} - 6,326e^{0,0047t}) \times \\ &\quad (0,632e^{-0,00018t} + 0,367e^{-0,0047t}). \end{aligned}$$

Используя начальные условия при  $t = 0$  из решения следующей системы

$$\begin{cases} (C_1 + 165,189e^{0,00018t} + 10,907e^{0,0047t}) \times \\ \times (0,632e^{-0,0047t} + 0,367e^{-0,00018t}) + \\ + (C_3 + 165,189e^{0,00018t} - 6,326e^{0,0047t}) \times \\ \times (0,632e^{-0,0047t} - 0,632e^{-0,00018t}) = 10, \\ (C_1 + 165,189e^{0,00018t} + 10,907e^{0,0047t}) \times \\ \times (0,348e^{-0,0047t} + 0,367e^{-0,00018t} - 0,715e^{-0,829t}) + \\ + (C_2 + 165,189e^{0,00018t} + 5,999e^{0,0047t} - \\ - 0,069e^{0,829t}) e^{-0,829t} + (C_3 + 165,189e^{0,00018t} - \\ - 6,326e^{0,0047t}) (0,348e^{-0,0047t} - 0,714e^{-0,00018t} + \\ + 0,284e^{-0,829t}) = 10, \\ (C_1 + 165,189e^{0,00018t} + 10,907e^{0,0047t}) \times \\ \times (0,367e^{-0,00018t} - 0,367e^{-0,0047t}) + \\ + (C_3 + 165,189e^{0,00018t} - 6,326e^{0,0047t}) \times \\ \times (0,632e^{-0,00018t} + 0,367e^{-0,0047t}) = 10 \end{cases}$$

определяем постоянные интегрирования:

$$C_1 = -166,097, \quad C_2 = -161,119,$$

$$C_3 = -148,863.$$

В конечный момент времени  $t = T$  объект функционирует без подачи греющего пара  $v_p(t = T) = 0$ , а система (2) принимает следующий вид

$$\begin{cases} \frac{dT_k}{dt} = 8,922 \times 10^{-3} (T_s - T_k), \\ \frac{dT_s}{dt} = 0,575(T_k - T_s) + 0,247(T_r - T_s), \\ \frac{dT_r}{dt} = 5,843 \times 10^{-3} (T_s - T_r). \end{cases} \quad (14)$$

Собственные значения матрицы однородной системы линейных уравнений (16) имеют вид:  $\lambda_1 = -0,829$ ,  $\lambda_2 = -0,0042$ ,  $\lambda_3 = 0$ . Общее решение системы уравнений (14) имеет вид

$$\begin{aligned} T_k(t) &= C'_1(0,007e^{-0,829t} + 0,551e^{-0,0042t} + 0,441) + \\ &\quad + C'_2(0,005e^{-0,0042t} - 0,009e^{-0,829t} + 0,004) + \\ &\quad + C'_3(0,002e^{-0,829t} - 0,556e^{-0,0042t} + 0,554), \\ T_s(t) &= C'_1(0,33e^{-0,0042t} - 0,771e^{-0,829t} + 0,441) + \\ &\quad + C'_2(0,992e^{-0,829t} - 0,003e^{-0,0042t} + 0,004) + \\ &\quad + C'_3(0,002e^{-0,829t} - 0,556e^{-0,0042t} + 0,554), \end{aligned}$$

$$T_r(t) = C'_1(-0,441e^{-0,0042t} + 0,441) - C'_2(0,004e^{-0,0042t} - 0,004) + C'_3(0,445e^{-0,0042t} + 0,554).$$

Для нахождения постоянных интегрирования  $C'_1, C'_2, C'_3$ , времени управления  $T$  и времени переключения  $\bar{t}$  составим решение в момент времени  $\bar{t}$ :

$$\left\{ \begin{aligned} &(-166,097 + 165,189e^{0,00018\bar{t}} + 10,907e^{0,0047\bar{t}})(0,632e^{-0,0047\bar{t}} + 0,367e^{-0,00018\bar{t}}) + \\ &+ (-148,863 + 165,189e^{0,00018\bar{t}} - 6,326e^{0,0047\bar{t}})(0,632e^{-0,0047\bar{t}} - 0,632e^{-0,00018\bar{t}}) = \\ &= C'_1(0,007e^{-0,829\bar{t}} + 0,551e^{-0,0042\bar{t}} + 0,441) + C'_2(0,005e^{-0,0042\bar{t}} - 0,009e^{-0,829\bar{t}} + 0,004) + \\ &+ C'_3(0,002e^{-0,829\bar{t}} - 0,556e^{-0,0042\bar{t}} + 0,554), \\ &(-166,097 + 165,189e^{0,00018\bar{t}} + 10,907e^{0,0047\bar{t}})(0,348e^{-0,0047\bar{t}} + 0,367e^{-0,00018\bar{t}} - 0,715e^{-0,829\bar{t}}) + \\ &+ (-161,119 + 165,189e^{0,00018\bar{t}} + 5,999e^{0,0047\bar{t}} - 0,069e^{0,829\bar{t}})e^{-0,829\bar{t}} + \\ &+ (-148,863 + 165,189e^{0,00018\bar{t}} - 6,326e^{0,0047\bar{t}})(0,348e^{-0,0047\bar{t}} - 0,714e^{-0,00018\bar{t}} + 0,284e^{-0,829\bar{t}}) = \\ &= C'_1(0,33e^{-0,0042\bar{t}} - 0,771e^{-0,829\bar{t}} + 0,441) + C'_2(0,992e^{-0,829\bar{t}} - 0,003e^{-0,0042\bar{t}} + 0,004) + \\ &+ C'_3(0,002e^{-0,829\bar{t}} - 0,556e^{-0,0042\bar{t}} + 0,554), \\ &(-166,097 + 165,189e^{0,00018\bar{t}} + 10,907e^{0,0047\bar{t}})(0,367e^{-0,00018\bar{t}} - 0,367e^{-0,0047\bar{t}}) + \\ &+ (C_3 + 165,189e^{0,00018\bar{t}} - 6,326e^{0,0047\bar{t}})(0,632e^{-0,00018\bar{t}} + 0,367e^{-0,0047\bar{t}}) = \\ &C'_1(-0,441e^{-0,0042\bar{t}} + 0,441) - C'_2(0,004e^{-0,0042\bar{t}} - 0,004) + C'_3(0,445e^{-0,0042\bar{t}} + 0,554), \\ &C'_1(0,007e^{-0,829\bar{t}} + 0,551e^{-0,0042\bar{t}} + 0,441) + C'_2(0,005e^{-0,0042\bar{t}} - 0,009e^{-0,829\bar{t}} + 0,004) + \\ &+ C'_3(0,002e^{-0,829\bar{t}} - 0,556e^{-0,0042\bar{t}} + 0,554) = 85, \\ &C'_1(0,33e^{-0,0042\bar{t}} - 0,771e^{-0,829\bar{t}} + 0,441) + C'_2(0,992e^{-0,829\bar{t}} - 0,003e^{-0,0042\bar{t}} + 0,004) + \\ &+ C'_3(0,002e^{-0,829\bar{t}} - 0,556e^{-0,0042\bar{t}} + 0,554) = 85. \end{aligned} \right.$$

Заметим, что в системе пять уравнений по числу искомым параметрам. Однозначно определяем постоянные интегрирования, время переключения  $\bar{t}$  и время управления  $T$

$$C'_1 = 94,553, C'_2 = 91,021, C'_3 = 74,319,$$

$$\bar{t} = 3576 \text{ с}, T = 5875 \text{ с}.$$

На рисунке 2 показаны графики температуры сырья в реакторе при управлении  $v_p = U_{\max}$ , полученные аналитическим и численным способами, а результаты решения задачи оптимального нагрева исходного сырья в реакторе полимеризации стирола приведены на рис. 3.

Графики температур на рис. 2 показывают близость решений, что в целом подтверждает найденное аналитическое решение,

которое может быть положено в основу решения задачи оптимального управления нагревом паром.

Итак, наименьшее время перевода объекта из начального в конечное состояние составило 5875 секунд. Время подачи греющего пара составило 3576 с, а объем затраченного пара равен 1251,95 м<sup>3</sup>.

Исследование показало, что в задаче о быстродействии нагрева сырья в реакторе с паровой рубашкой с известными предельными значениями расхода греющего пара имеется аналитическое решение системы дифференциальных уравнений, составляющих математическое описание объекта управления. Полученное аналитическое решение однозначно определяет параметры оптимального управления.

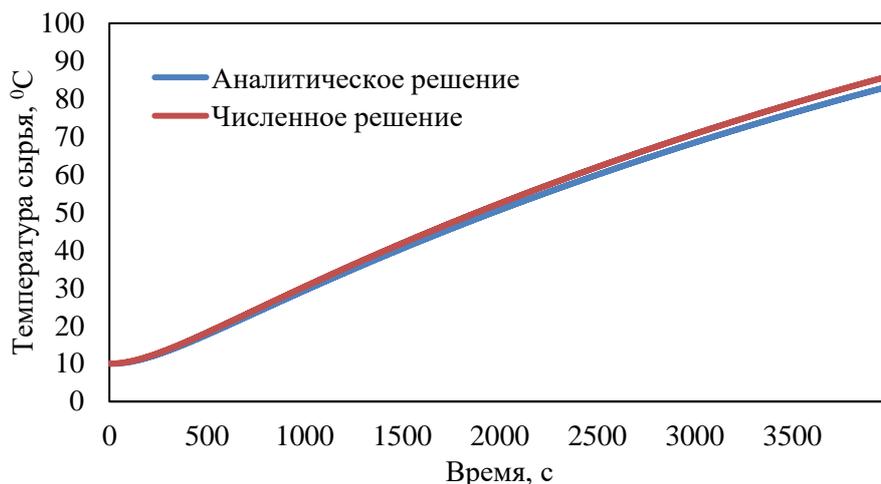


Рисунок 2 – Графики температуры в реакторе

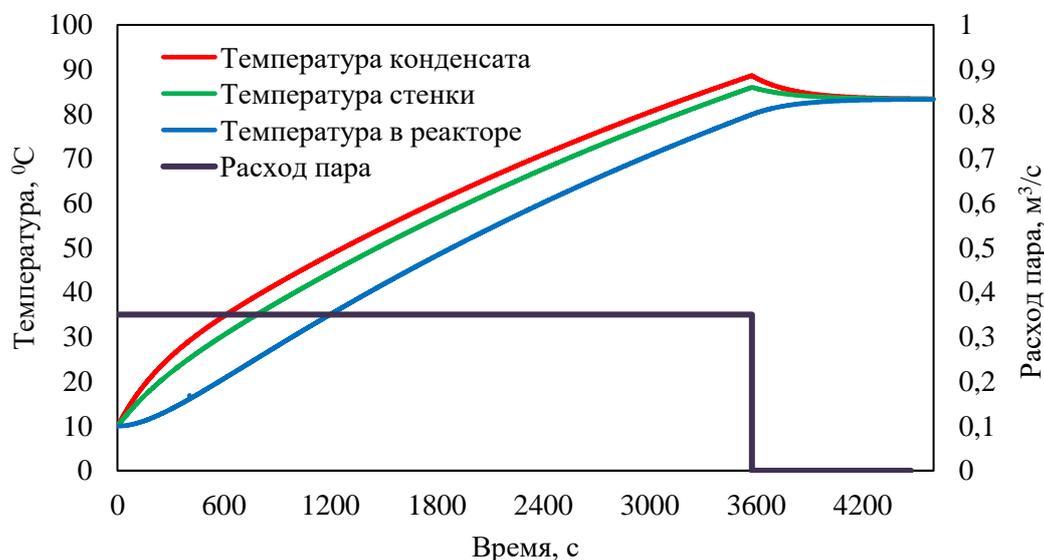


Рисунок 3 – Графики температур и оптимального управления

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кудряшов В.С., Алексеев М.В., Юдаков А.А. Разработка математической модели стадии нагрева резиновой смеси и синтез алгоритма управления нагревом с использованием принципа максимума Понтрягина // Вестник ВГУИТ, - № 2, 2017. – С. 80-87.
2. Плющаев В.И., Пахомов А.М. Модель системы стабилизации температуры продукта в емкости с переменной массой // Автоматизация и современные технологии. – М.: 2005. - № 6. – С. 25-28.
3. Плющаев В.И., Пахомов А.М. О динамических особенностях автоматической системы поддержания температурного режима в емкости с жидкой продукцией // Вестник Волжской государственной акаде-

мии водного транспорта – 2006. № 18. – С. 178-185.

4. Истомин А.Л., Кобозев В.Ю., Кривов М.В., Колмогоров А.Г. Исследование задачи оптимального нагрева жидкого продукта жидким теплоносителем в емкости с рубашкой // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. 2025. № 1. С. 7-16.

5. Истомин А.Л., Кобозев В.Ю. Анализ установки по производству вспенивающего полистирола как объекта управления // Вестник Ангарского государственного технического университета. 2023. № 17. С. 67-69.

6. Истомин А.Л., Кобозев В.Ю. К по-

становке задачи управления процессом полимеризации стирола в периодическом реакторе с мешалкой // Математические методы в технологиях и технике. 2024. № 1. С. 49-52.

7. **Кафаров В.В.** Методы кибернетики в химии и химической технологии. – М.: Химия, 1985. – 448 с.

8. **Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф.** Математическая теория оптимальных процессов. 4-е издание, – М.: Наука, 1983. – 392 с.

9. **Чостковская О.П., Чернякина И.В., Старинова О.Л.** Решение и применение обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем. – Самара, Издательство Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева, 2023. – 126 с.

10. **Болтянский В.Г.** Математические методы оптимального управления. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1969. – 408 с.

**УДК 004.942**

*к.т.н., доцент, заведующий кафедрой «Автоматизация технологических процессов»,  
ФГБОУ ВО «Ангарский государственный технический университет»,  
e-mail: alexey-kol@narod.ru*

**Кривов Максим Викторович,**  
*к.т.н., доцент, зав. кафедрой вычислительных машин и комплексов,  
ФГБОУ ВО «Ангарский государственный технический университет»,  
e-mail: vmk@angtu.ru*

**Благодарный Николай Семенович,**  
*к.т.н., доцент, зав. кафедрой автоматизированного электропривода и электротехники,  
ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет промышленных  
технологий и дизайна*

**Кобозев Владимир Юрьевич,**  
*старший преподаватель кафедры автоматизации технологических процессов,  
ФГБОУ ВО «Ангарский государственный технический университет»,  
e-mail: vladi-mir.kobozeff@ya.ru*

#### СТРУКТУРА КОМПЬЮТЕРНОГО ТРЕНАЖЕРНОГО КОМПЛЕКСА «ИЛИМ-ЭНЕРГЕТИКА»

*Kolmogorov A.G., Krivov M.V., Blagodarnyi N.S., Kobozev V.Y.*

#### THE STRUCTURE OF THE «ILIM-ENERGETIKA» COMPUTER TRAINING COMPLEX

**Аннотация.** В статье приведено описание структуры компьютерного тренажерного комплекса «ИЛИМ-ЭНЕРГЕТИКА», разработанного при сетевом взаимодействии Ангарского государственного технического университета и Санкт-Петербургского государственного университета промышленных технологий и дизайна. Тренажер внедрен и успешно эксплуатируется на ТЭЦ-1 АО «Группа ИЛИМ» в г. Коряжма.

**Ключевые слова:** компьютерный тренажерный комплекс, электростанция, структурная схема, программное обеспечение.

**Abstract.** The article describes the structure of the «ILIM-ENERGETIKA» computer training complex, developed in collaboration with the Angarsk State Technical University and St. Petersburg State University of Industrial Technology and Design. The simulator has been implemented and is being successfully operated at CHPP-1 of JSC ILIM Group in Koryazhma.

**Keywords:** computer training complex, power plant, block diagram, software.

Энергетика играет ключевую роль в экономическом развитии России. Без энергетики невозможно представить себе современную жизнь, так как она является основой для комфорта и благополучия населения. Развитие этой отрасли способствует укреплению экономической стабильности и повы-

шению качества жизни граждан.

Для повышения обученности персонала электростанций АО «СО ЕЭС» разработано стандарт «Профессиональная подготовка, поддержание и повышение квалификации персонала» [1], определяющий подходы к подготовке персонала и этапы обучения.