

Киватицкая Александра Васильевна,  
студентка гр. ИЦТ-22-1, Ангарский государственный технический университет,  
e-mail: sanchita2003@yandex.ru

Истомин Андрей Леонидович,  
д.т.н., профессор, Ангарский государственный технический университет,  
e-mail: a.l.istomin@mail.ru

## ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ЛИНЕЙНЫМ ОБЪЕКТОМ С ДВУМЯ КООРДИНАТАМИ И ОДНИМ УПРАВЛЕНИЕМ

Kivatitskaya A.V., Istomin A.L.

### PROGRAMMING IMPLEMENTATION OF OPTIMAL CONTROL OF A LINEAR OBJECT WITH TWO COORDINATES AND ONE CONTROL

**Аннотация.** В данной статье описывается разработанное программное приложение для численного решения задачи оптимального управления линейным объектом с двумя переменными состояниями и одним управлением. Программа реализует нахождение решения классическим вариационным исчислением и методом стрельбы для решения двухточечной краевой задачи.

**Ключевые слова:** линейная задача оптимального управления, вариационное исчисление, метод стрельбы, численные методы, краевая задача

**Abstract.** This article describes a developed software application for numerically solving the optimal control problem of a linear object with two state variables and one control. The program implements the solution of a classical variational calculus and the shooting method for solving a two-point boundary value problem.

**Keywords:** linear optimal control problem, variational calculus, shooting method, numerical methods, boundary value problem

Рассматривается задача оптимального управления линейным объектом, описываемым системой дифференциальных уравнений с двумя переменными состояниями и одним управлением. Для практической реализации решения данной задачи было разработано специализированное программное приложение, которое позволяет численно находить оптимальное управление и траектории движения объекта.

Программа реализует принцип максимума Понтрягина, который является фундаментальным методом в теории оптимального управления. Согласно этому принципу, для нахождения оптимального управления необходимо сформировать функцию Гамильтона. Из условия стационарности функции Гамильтона по управлению определяется оптимальное управление. Это условие выражается как  $\partial H / \partial u = 0$ , что приводит к выражению для оптимального управления через сопряженные переменные. Для рассматриваемой задачи оптимальное управление принимает вид  $u^* = \psi_1 b_1 + \psi_2 b_2$ , где  $b_1, b_2$  – коэффициенты управления в уравнениях объекта.

После определения оптимального управления задача сводится к решению двухточечной краевой задачи для системы дифференциальных уравнений, включающей как уравнения объекта, так и уравнения для сопряженных

переменных. Эта система имеет вид расширенной системы, включающей четыре уравнения: два для переменных состояния объекта и два для сопряженных переменных.

Для решения краевой задачи в программе реализован метод стрельбы. Этот метод предполагает задание начального приближения для сопряженных переменных, решение задачи Коши для всей расширенной системы и проверку выполнения конечных условий для переменных состояния объекта. Если конечные условия не выполняются, то начальные условия для сопряженных переменных корректируются, и процесс повторяется до тех пор, пока не будет достигнута требуемая точность попадания в конечную точку.

На графиках, построенных программой, визуализируются траектории изменения переменных состояния объекта во времени, график оптимального управления, а также фазовый портрет системы. Фазовый портрет показывает зависимость одной переменной состояния от другой, что позволяет наглядно представить движение объекта в фазовом пространстве.

Разработанное программное приложение позволяет автоматизировать процесс решения задачи оптимального управления. Пользователю достаточно ввести параметры системы и условия, после чего программа автоматически формирует функцию Гамильтона, находит оптимальное управление, решает краевую задачу методом стрельбы и строит графики результатов. Это значительно упрощает процесс анализа и исследования систем управления.

Программа может быть полезна в инженерной практике для анализа систем управления и оценки их возможностей. Основным преимуществом разработанной программы является ее универсальность. Она работает с любой линейной системой, описываемой уравнениями заданного вида. Программа использует современные численные методы, что обеспечивает высокую точность расчетов.

В дальнейшем планируется расширение функциональности программы для работы с нелинейными системами управления, а также добавление возможности учета ограничений на управление и переменные состояния.

Разработка программного приложения для решения задачи оптимального управления линейным объектом представляет собой важный шаг в автоматизации процессов анализа и проектирования систем управления. Программа не только решает конкретную задачу, но и демонстрирует эффективность применения современных численных методов и принципов оптимального управления в практических приложениях.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Болтянский В.Г.** Математические методы оптимального управления (Серия «Физико-математическая библиотека инженера»). – М., 1968. – 409 с.