

ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ЦИКЛИЧЕСКОГО ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

Ilyina I.L.

SIMULATION MODEL OF A CYCLIC MEASURING TRANSDUCER

Аннотация. Рассмотрены вопросы оценки динамической и статической характеристики циклического измерительного преобразователя, описана разработанная имитационная модель циклического измерительного преобразователя, приведены результаты численного эксперимента и результаты проверки адекватности модели.

Ключевые слова: циклические измерительные преобразователи, статическая и динамическая погрешность измерительного преобразователя, имитационное моделирование, проверка адекватности модели.

Abstract. Issues related to the evaluation of the dynamic and static characteristics of a cyclic measuring transducer are considered. A developed simulation model of the cyclic measuring transducer is described. The results of the numerical experiment and the validation of the model's adequacy are presented.

Keywords: cyclic measuring transducers, static and dynamic measurement error of a measuring transducer, simulation modeling, model's adequacy validation.

Значительная часть аналитических приборов является приборами циклического действия. Это может быть обусловлено методом измерения (хроматографы), необходимостью увеличить чувствительность (метод накопления) или расширить область применения преобразователей непрерывного действия.

Цикличность процесса измерения приводит к появлению динамической погрешности преобразователя, вызванной тем, что дискретный процесс лишь приближенно повторяет непрерывный процесс на входе в преобразователь. Эта погрешность тем больше, чем длительнее цикл работы, то есть чем больше шаг дискретизации. Оценка зависимости динамической составляющей суммарной погрешности от времени накопления сводится к решению задачи оценки погрешности дискретной аппроксимации непрерывных сигналов.

Как показано в [1], дисперсию ошибки выходного сигнала, вызванную накоплением, можно определить по формуле:

$$\sigma_{\text{дин}}^2 = \int_0^{\infty} \left\{ G(\omega) \left[1 - \frac{2}{T} \operatorname{Re} K(i\omega) K_0(i\omega) \right] + \frac{1}{T} \Phi(\omega) |K(i\omega) K_0(i\omega)|^2 \right\} d\omega, \quad (1)$$

где: $G(\omega)$ – спектральная плотность входного случайного процесса, T – период дискретизации исходного непрерывного процесса, $K_0(i\omega)$ – частотная характеристика интерполирующего фильтра, $K(i\omega)$ – частотная характеристика приведенной непрерывной части преобразователя, $\Phi(\omega)$ – энергетический

спектр дискретного случайного процесса на выходе импульсного элемента

$$\Phi(\omega) = \frac{sh\alpha T}{ch\alpha T + \cos\omega T} [1].$$

В случае преобразователя, работающего циклически, частотная характеристика интерполирующего фильтра сдвинута на время цикла T_{II} относительно случая симметричной линейной интерполяции методом прямоугольников и имеет вид $K_0(j\omega) = T_{II} \left(\sin \frac{\omega T_{II}}{2} / \frac{\omega T_{II}}{2} \right) e^{-\frac{3}{2}\omega T_{II}}$.

Автокорреляционные функции многих параметров технологических процессов могут быть аппроксимированы с достаточной точностью выражением вида $R(\tau) = e^{-\omega^* |\tau|}$. Спектральная плотность процесса $G(\omega) = \frac{2\omega^*}{\omega^{*2} + \omega^2}$, где ω^* – параметр случайного процесса.

Рабочий цикл прибора состоит из двух основных составляющих: времени накопления и времени измерения. Выражение (1) удобнее преобразовать, введя переменную Ω , равную отношению времени накопления T_H^* к времени измерения T_{II}^* . Здесь $T_H^* = T_H \cdot \omega^*$, а $T_{II}^* = T_{II} \cdot \omega^*$. Ошибка выходного сигнала преобразователя в случае, когда $K(i\omega) = 1$, определяется формулой:

$$\delta_{дин}^2 = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \left\{ \frac{2}{\varpi^2 + 1} \cdot \left[1 - 4 \cdot \sin \frac{\varpi \cdot (\Omega + 1) \cdot T_{II}^*}{2} \cdot \frac{\cos(\varpi \cdot (\Omega + 1) \cdot T_{II}^*)}{\varpi \cdot (\Omega + 1) \cdot T_{II}^*} \right] + \right. \\ \left. + \frac{4}{(\Omega + 1) \cdot T_{II}^*} \cdot \frac{sh((\Omega + 1) \cdot T_{II}^*)}{ch((\Omega + 1) \cdot T_{II}^* - \cos(\varpi \cdot (\Omega + 1) \cdot T_{II}^*))} \cdot \frac{\sin^2(\frac{\varpi \cdot (\Omega + 1) \cdot T_{II}^*}{2})}{\varpi^2} \right\} \cdot d\varpi$$

Как видно из формулы, динамическая погрешность измерительного преобразователя циклического действия зависит от отношения времени накопления к времени измерения. Для некоторых измерительных преобразователей статическая погрешность является функцией тех же параметров, что и динамическая погрешность.

Можно привести следующий пример: измерение влажности кулонометрическим измерительным преобразователем в области микроконцентраций ограничено наличием фонового тока, определяемого не ионными механизмами проводимости. Величина фонового тока зависит от температуры, влажности анализируемого газа, наличия в нем микропримесей, загрязняющих сорбент, и других факторов. Анализ зависимости статической погрешности измерительного преобразователя из-за наличия фонового тока от длительности цикла работы показывает, что погрешность $\delta_{ст}$ определяется отношением Q^*/Q , где

$Q^* = I_{\phi} T_H$ – количество электричества, зафиксированное интегратором за счет наличия фонового тока, а Q – количество электричества, необходимое для разложения накопленной в чувствительном элементе влаги. Следовательно, $\delta_{cm} = \beta \frac{T_H}{T_H} = \frac{\beta}{\Omega}$, где $\Omega = T_H / T_H$ – отношение времени накопления к времени измерения, а β – коэффициент, зависящий от параметров измерительного преобразователя и фонового тока.

При определении суммарной погрешности будем исходить из того, что статическая и динамическая составляющие погрешности статистически независимы. В этом случае квадрат суммарной погрешности преобразователя циклического действия определяется выражением:

$$\delta_{\Sigma}^2 = \delta_{ст}^2 + \delta_{дин}^2. \quad (2)$$

Так как статическая и динамическая составляющие суммарной погрешности являются функцией параметра Ω , то можно определить его значение, соответствующее минимуму суммарной погрешности.

Для проверки полученных зависимостей была разработана имитационная модель преобразователя циклического действия в пакете моделирования динамических систем Simulink, который является ядром интерактивного программного комплекса, предназначенного для математического моделирования линейных и нелинейных динамических систем и устройств, представленных своей функциональной блок-схемой. Структурная схема разработанной модели представлена на рисунке 1.

В состав входят следующие блоки:

- формирователь входного случайного процесса;
- измерительный преобразователь, включающий в себя дискретизатор, интегратор и устройство управления;
- сумматор, формирующий сигнал ошибки;
- блок оценки дисперсии входного сигнала;
- блок оценки квадрата динамической погрешности;
- нормализатор;
- блок, формирующий квадрат статической погрешности;
- сумматор, вычисляющий квадрат суммарной погрешности.

Модель представлена в виде отдельных блоков, при этом необходимо учитывать, что некоторые блоки модели имеют в своем составе несколько более простых элементов.

Роль формирователя входного случайного процесса в модели выполняет блок «входной формирователь», который состоит из генератора «белого шума» и фильтра, формирующего случайный процесс с заданной спектральной плотностью мощности.

Устройство управления формирует временные интервалы: накопления и измерения.

Измеритель объединяет в себе два блока: дискретизатор и интегратор.

Входной сигнал поступает на дискретизатор, который открывается и закрывается по сигналам шины управления. После дискретизатора, пройдя через интегратор, сигнал поступает на блок оценки дисперсии.

Нормализатор вычисляет квадрат динамической погрешности.

Формирователь значения статической погрешности производит операцию вычисления статической погрешности.

Сумматор формирует значение квадрата суммарной погрешности. Вычисление производится по формуле 2.

К вышесказанному можно добавить, что некоторые блоки имеют параметры, значения которых задаются при проведении экспериментов (например, начальное и конечное время моделирования).

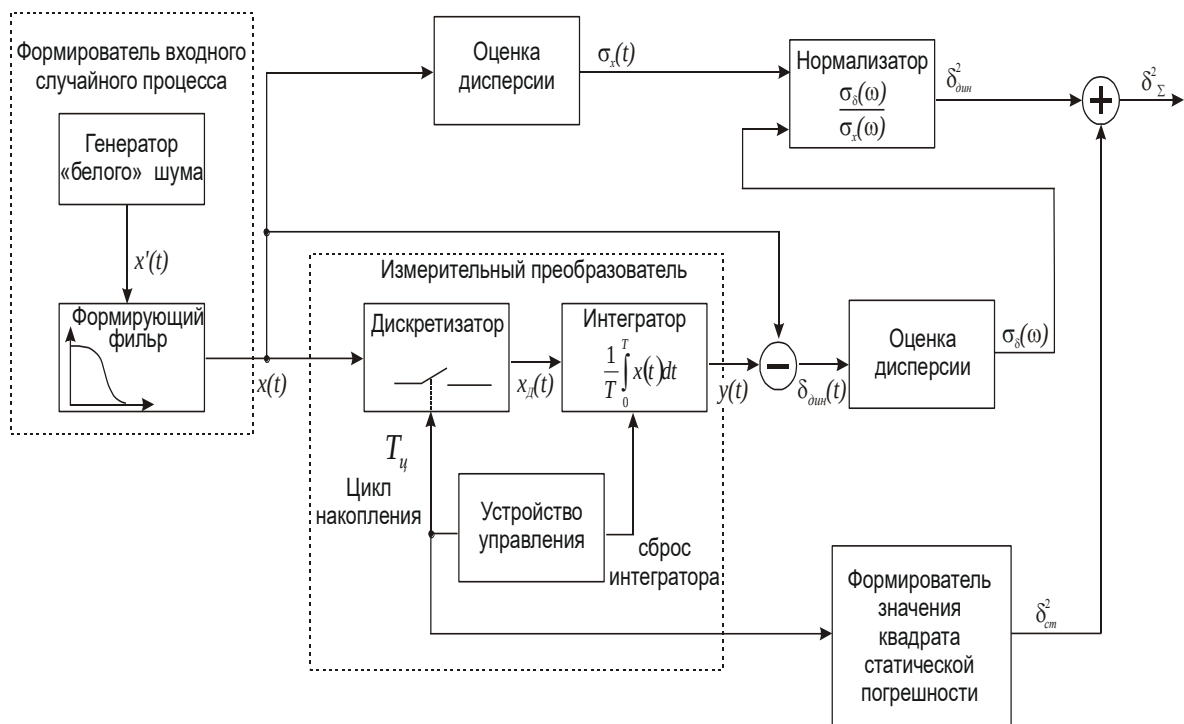


Рисунок 1 – Структурная схема имитационной модели преобразователя циклического действия

Параметры моделирования всей схемы, следующие:

- начальное время моделирования 0.0;
- конечное время моделирования от 1000 до 2500 в зависимости от T_H^* ;
- максимальный размер шага моделирования – автоматический;
- начальный размер шага моделирования – автоматический;
- относительная точность вычислений 10^{-3} ;
- абсолютная точность вычислений 10^{-6} .

На основе построенной модели был проведен ряд численных экспериментов для различных значений T_{II}^* и Ω . Далее приведены результаты эксперимента для $T_{II}^*=0.001$.

Оценки квадрата суммарной погрешности, полученные в результате проведения экспериментов для $\Omega=0.2; 0.3; 0.56; 2; 10$ по десяти реализациям для каждого значения Ω , приведены в таблице 1.

Таблица 1 Оценки квадрата суммарной погрешности при $T_{II}^*=0.01$

№ реализации	Оценки квадрата суммарной погрешности				
	$\Omega=0.2$	$\Omega=0.3$	$\Omega=0.56$	$\Omega=2$	$\Omega=10$
1	0.0256407	0.0153349	0.00927882	0.0290283	0.117003
2	0.0269067	0.0154931	0.009335882	0.0179247	0.10535
3	0.0261842	0.0142256	0.0103475	0.0230155	0.115317
4	0.0269109	0.014742	0.00850335	0.0253257	0.145444
5	0.026424	0.0134747	0.00873251	0.0230924	0.139632
6	0.0262124	0.0139559	0.00995441	0.0273172	0.119229
7	0.0262443	0.0148737	0.00955494	0.0236123	0.115249
8	0.0269446	0.0140459	0.00863095	0.0245	0.116656
9	0.0257058	0.0157311	0.00994833	0.0286873	0.109943
10	0.0261934	0.0145587	0.0101938	0.01868	0.108867

Для проверки гипотезы о независимости результатов эксперимента в параллельных опытах использовался критерий, основанный на расчете выборочных коэффициентов корреляции. На основании выполненных расчетов принята гипотеза о независимости выборок.

В таблице 2 указаны значения квадрата суммарной погрешности δ_{Σ}^2 , вычисленные по аналитическому выражению, усредненные оценки погрешности $M\{\hat{\delta}_{\Sigma}^2\}$ и дисперсии оценки $D\{\hat{\delta}_{\Sigma}^2\}$.

Таблица 2 Результаты численного эксперимента

Ω	δ_{Σ}^2 значения, вычисленные по аналитическому выражению	$M\{\hat{\delta}_{\Sigma}^2\}$ усредненные оценки погрешности по 10 реализациям	$D\{\hat{\delta}_{\Sigma}^2\}$ дисперсия оценки
0.2	0.0258132	0.0263367	1.982E-7
0.3	0.0141554	0.0146436	4.8232E-7
0.56	9.6858E-3	0.0094503	3.9919E-7
2	0.0241871	0.0241183	1.2728E-5
10	0.1026324	0.1192691	1.5324E-4

График аналитической функции квадрата суммарной погрешности, с наложенными на нее усредненными экспериментальными оценками квадрата суммарной погрешности в виде точек, показан на рисунке 2.



Рисунок 2 – График зависимости квадрата суммарной погрешности от Ω для $T_H=0.01$

Для проверки гипотезы об адекватности полученных при имитационном моделировании экспериментальных данных теоретическим использовались такие критерии, как: критерий Колмогорова, t -критерий, критерий Кокрена. Доверительный уровень для t -критерия составляет 0.95. Результаты вычислений приведены в таблице 3.

Таблица 3

Результаты анализа данных по критериям

Ω	Статистика Колмогорова	t -статистика	Статистика Кокрена
0.2	0.1877	1.5277	0.15547988
0.3	0.1275	2.1087	0.17894576
0.56	0.1727	1.118	0.19909538
2	0.1847	0.0578	0.15981347
10	0.3012	2.0318	0.17958144

На основе критерия Колмогорова [2, 3] производится проверка гипотезы о принадлежности значений выборки нормальному закону распределения.

Критическое значение статистики при объеме выборки $n=10$ и уровне значимости $\alpha=0.005$ равно 0.40925 [3]. Как видно из таблицы 3 (статистика Колмогорова), все наблюдаемые значения меньше критического. Таким образом,

нет основания отвергнуть гипотезу о нормальном распределении выборок экспериментальных данных.

Следующим этапом анализа экспериментальных данных является проверка воспроизводимости экспериментов. На основании принятых гипотез о нормальности и независимости выборок для проверки гипотезы о воспроизводимости воспользуемся критерием Кокрена [3].

Критическое значение статистики на уровне значимости $\alpha=0.05$ составляет 0.2439 [2]. Как видно из таблицы 3 (критерий Кокрена), все значения меньше критического. Следовательно, результаты наблюдения считаем не противоречащими гипотезе о воспроизводимости эксперимента.

Заключительным этапом анализа является проверка адекватности полученных данных аналитической модели суммарной погрешности измерительного преобразователя циклического действия. Для решения этой задачи воспользуемся t -критерием [3], который основан на статистике.

Критическое значение статистики на уровне значимости $\alpha=0.05$ составляет 2.262 [3], вычисленные значения приведены в таблице 3 (оценка адекватности t -критерий). Во всех случаях вычисленные значения не превышают критического, на основании чего можно полагать, что аналитическая модель динамической погрешности адекватно отображает зависимость погрешности от параметра Ω .

Таким образом, построенная имитационная модель позволила решить поставленную задачу проверки адекватности теоретических зависимостей результатам модельного эксперимента, кроме того, на ее основе можно также строить зависимости суммарной погрешности при других типах входных воздействий и структур измерительных преобразователей.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Быков В.В.** Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. М.: Советское радио, 1971.
2. **Мюлер П.** Таблицы по математической статистике / Мюлер П., Нойман П., Шторм Р.; пер. с нем. М.: Финансы и статистика, 1982.
3. **Митропольский А.К.** Техника статистических вычислений. М.: Наука, 1971. – 576 с.