

Чихачев Сергей Александрович,
к.ф.-м.н., доцент кафедры физико-математических наук,
Ангарский государственный технический университет,
e-mail:sachikh@mail.ru

О ПРИБЛИЖЕННОМ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЙ

Chikhachev S.A.

ABOUT THE APPROXIMATE SOLUSION OF THE EQUATOINS

Аннотация. Рассмотрен пример алгебраического уравнения, для которого процедура `root()` работает неэффективно.

Ключевые слова: уравнение, численный метод, приближенное решение.

Abstract. An example of the algebraic equation, for which the procedure `root()` works not effectively is reviewed.

Keywords: equation, solution, approximation.

В курсе «Численные методы» изучаются некоторые методы численного решения уравнения $f(x) = 0$. Все они требуют локализации корня, то есть нахождения $(a; b)$, в котором уравнение имеет один корень и, кроме этого, функция f обладает некоторыми свойствами в этом интервале. В зависимости от этих свойств разработаны алгоритмы вычисления корня. В пакете Mathcad имеется процедура `root()` нахождения корня уравнения. Для работы этой процедуры требуется ввести начальное приближение корня. Часто это требование весьма проблематично. Имея уравнение, обычно мы не знаем, имеется ли корень этого уравнения, а если даже предполагаем наличие корня, то мы не знаем его значение. Мы хотим, чтобы Mathcad помог решить наши проблемы.

Процедура `root()` не требует локализации, значит, алгоритм решения не является классическим. Возникает естественный вопрос об уровне доверия к этой процедуре. Рассмотрим уравнение

$$\ln\left(x^4 - 202x^2 + 10203 - \frac{4}{\pi} \operatorname{arctg}\left(\frac{200x^2}{x^4 + 10201}\right)\right) = 0.$$

При начальном приближении (с шагом 0,1) из $[9,5; 10,2]$ процедура `root()` выдает вещественный корень 10,0495. При начальных приближениях 10,3 и 10,4 процедура выдает два разных комплексных корня $10,0498 - 0,001i$ и $10,0496 - 0,002i$. При остальных значениях процедура корней не находит. Можно придумать аналогичный пример уравнения с корнем 10^4 . Как в этом случае искать хорошее начальное значение?

Преимущество локализации состоит в том, что часто интервал локализации имеет большую длину, хотя и не всегда. Универсального хорошего метода численного решения уравнения $f(x) = 0$ не существует.

ЛИТЕРАТУРА

1. Макаров Е.Г. Mathcad. Учебный курс. Питер, 2009. 384 с.