УДК 532.517.4 : 536.24 ***Лобанов Игорь Евгеньевич,***
д.т.н., ведущий научный сотрудник ПНИЛ–204
Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
тел.:89055896006; e-mail: lloobbaannooff@live.ru

К ВОПРОСУ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ИНТЕНСИФИЦИРОВАННОГО ТЕПЛООБМЕНА ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ ТЕЧЕНИИ В ТРУБАХ С ТУРБУЛИЗАТОРАМИ С ПРИМЕНЕНИЕМ ЧЕТЫРЁХСЛОЙНОЙ МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ЧИСЛА ПРАНДТЛЯ

Lobanov I.E.

INTENSIFIED HEAT EXCHANGE AT THE TURBULENT CURRENT IN PIPES WITH TURBULIZERS WITH THE APPLICATION OF THE FOUR-LAYER MODEL OF THE TURBULENT BORDER LAYER DEPENDING ON THE NUMBER PRANDTLE

Аннотация. *В статье проанализированы основные аспекты математического моделирования интенсифицированного теплообмена при турбулентном течении в трубах с турбулизаторами с применением четырёхслойной модели турбулентного пограничного слоя в зависимости от числа Прандтля. Показано преимущество закона «четвёртой» степени для больших чисел Прандтля для расчёта теплообмена в трубах с турбулизаторами; показано, что для труб с турбулизаторами коэффициент пропорциональности в этом законе значительно выше, чем в гладких трубах, что указывает на повышенный уровень турбулентности в них на границе вязкого и буферного подслоёв. Результаты расчёта теплообмена при больших числах Прандтля показали, что относительный теплообмен с увеличением числа Прандтля увеличивается довольно незначительно, особенно после $Pr>10^2$; после $Pr>10^3$ он почти стабилизируется.*

Ключевые слова: *моделирование; математическое; теплообмен; интенсификация; турбулентный; труба; течение; турбулизатор; четырёхслойный; пограничный слой; критерий Прандтля.*

Abstract. *The main aspects of mathematical modeling of intensified heat transfer in turbulent flow in pipes with turbulators with the use of a four-layer model of a turbulent boundary layer are analyzed in the article, depending on the Prandtl number. The advantage of the law of the "fourth" degree is shown for large Prandtl numbers for the calculation of heat transfer in tubes with turbulators; It is shown that for tubes with turbulators the proportionality coefficient in this law is much higher than in smooth tubes, which indicates an increased level of turbulence in them at the boundary of the viscous and buffer sublayers. The results of calculating heat transfer for large Prandtl numbers have shown that the relative heat exchange with increasing Prandtl number increases rather insignificantly, especially after $Pr>10^2$; after $Pr>10^3$ it almost stabilizes.*

Keywords: *modeling; mathematical; heat exchange; intensification; turbulent; trumpet; flow; turbulizer; four-layered; boundary layer; the Prandtl test.*

В различных областях техники широко применяются различного рода трубчатые теплообменные аппараты и теплообменные устройства, в которых в результате интенсификации теплообмена может быть достигнуто снижение их массогабаритных показателей при заданных значениях теплового потока, гидравлических потерь, расходов и температур теплоносителей; в ряде случаев задачей является снижение температурного уровня поверхности теплообмена при фиксированных режимных и конструктивных характеристиках.

Расчётные методы исследования интенсификации теплообмена при турбулентном течении в трубах разработаны ещё недостаточно. Чаще всего эти методы опираются на упрощённые модели сложных физических явлений, при этом допущения приводят к значительной разнице между расчётными и экспериментальными данными.

Экспериментальные данные по теплообмену справедливы только для определённого вида течений и типоразмеров турбулизаторов, на которых были проведены опытные исследования.

В связи с этим необходима разработка новых, более точных, чем существующие, теоретических методов исследования интенсификации теплообмена при турбулентном течении в трубах.

В рамках данного исследования под интенсификацией теплообмена понимается применение искусственных турбулизаторов потока на поверхности [1, 2].

При моделировании рассматриваются двумерные поверхности с турбулизаторами, которые применимы и для труб с периодическими диафрагмами.

Конкретный вопрос, затрагиваемый в рамках данной статьи, состоит в том, что в теплообменных аппаратах с интенсифицированным теплообменом применяются различные теплоносители, для которых характерен широкий диапазон чисел Прандтля Pr.

Следовательно, необходимо сгенерировать математическую модель теплообмена в таких условиях, которая бы выгодно отличалась от существующих [3–8; 10–12].

Теплообмен при турбулентном течении в прямых круглых трубах теплоносителей с постоянными теплофизическими свойствами в условиях интенсификации теплообмена моделируется достаточно известной четырёхслойной схемой турбулентного потока [6–8; 10–12].

В рамках данной статьи нет необходимости останавливаться на особенностях вышеуказанной схемы, поскольку она была подробно описана в существующих работах (например, в тех же [6–8; 10–12]).

Однако, при моделировании теплообмена в трубах с турбулизаторами было уделено меньшее внимание условиям с большими числами Прандтля Pr, поэтому требуется дополнительный анализ и специфическая доработка четырёхслойной схемы для этих условий.

С точки зрения математического моделирования теплообмена в трубах с турбулизаторами, вопрос о влиянии на него числа Прандтля Pr – это в значительной степени вопрос об уровне турбулентности на границе вязкого и буферного подслоёв.

Для этого следует подвергнуть рассмотрению безразмерный профиль скорости в вязком подслое в турбулизированном потоке при турбулентном течении в трубах с турбулизаторами.

Безразмерный профиль скорости в вязком подслое в турбулизированном потоке при турбулентном течении в трубах с турбулизаторами довольно консервативен, на что указывает приведённый ниже анализ.

Перепад температур в вязком подслое при малых числах Прандтля моделируется на основании закона «третьей степени», точнее описывающего соответствующий процесс, чем закон «четвёртой степени», используемый при больших числах Прандтля [3—9]:

$$\frac{\mu_T}{\mu}=\beta_1\frac{\eta^3}{\eta_1^2}=\frac{\beta_1}{\eta_1^2}\mathrm{Re}^3(1-R)^3\left(\frac{\xi}{32}\right)^{\frac{3}{2}}, \quad (1)$$

где β_1 – постоянная в законе «третьей степени»: $\frac{\mu_T}{\mu}=\frac{\beta_1}{\eta_1^2}\eta^3$ [9].

Перепад температур в вязком подслое при больших числах Прандтля моделируется на основании закона «четвертой степени», точнее описывающий соответствующий процесс, чем закон «третьей степени», используемый для малых числах Прандтля [3–9]:

$$\frac{\mu_T}{\mu}=\beta_1\frac{\eta^4}{\eta_1^3}=\frac{\beta_1}{\eta_1^2}\mathrm{Re}^4(1-\mathrm{R})^4\left(\frac{\xi}{32}\right)^{2}, \quad (2)$$

β_1 – постоянная в законе «четвертой степени»: $\frac{\mu_T}{\mu}=\frac{\beta_1}{\eta_1^3}\eta^4$ [9].

Толщина вязкого подслоя равна η_1=5 [9].

На внешней границе вязкого подслоя будем иметь:

$$\left.\frac{\mu_T}{\mu}\right|_{\text{гр}}=\beta_1\frac{w_*}{\mu}\rho y_0=\beta_1\frac{w_*}{\mu}\rho\left(\frac{\eta_1\nu}{w_*}\right)=5\beta_1, \quad (3)$$

где $y_0=\frac{\eta_1\nu}{w_*}$.

Для гладкой трубы β_1=β=0,03 [9]:

$$\left.\frac{\mu_T}{\mu}\right|_{\text{гр}}=5\beta=0{,}15. \quad (4)$$

Физический смысл постоянных β и β_1 – для гладкой трубы и трубы с турбулизаторами соответственно – в степенных законах в вязком подслое может быть охарактеризован как коэффициент пропорциональности для уровня турбулентности на границе вязкого и промежуточного подслоёв.

Например, в работе [9] относительно коэффициента β указывается следующее: значение данного коэффициента пропорциональности может быть найдено из данных по теплоотдаче (или диффузии) при больших числах Прандтля Pr, когда турбулентная теплопроводность принимает большое значение; в той же монографии [9] указывается также, что для турбулентного переноса тепла в вязком подслое имеет место следующее обстоятельство: пульсация температуры коррелирует с компонентой пульсации скорости и имеет место закон «четвёртой» степени в вязком подслое, который тем точнее, чем больше число Прандтля Pr [9].

Вышесказанное ещё раз подтверждает вывод исследований [6–8; 10–12] о том, что для расчёта теплообмена в трубах с турбулизаторами для малых чисел Прандтля Pr характерен закон «третьей» степени в вязком подслое, а для больших – «четвёртой».

Следовательно, турбулентная вязкость на внешней границе вязкого подслоя при развитом турбулентном течении в прямой гладкой круглой трубе составляет 15% от ламинарной вязкости.

Для интенсифицированного турбулизированного потока эта величина будет большей.

Уравнение для касательного напряжения в вязком подслое при интенсифицированном турбулизированном потоке при законе «четвёртой» и «третьей» степени соответственно:

$$\frac{\tau_w}{\rho} = \nu \frac{dw}{dy} + \beta_1 w_* \frac{y^4}{y_0^3}; \tag{5}$$

$$\frac{\tau_w}{\rho} = \nu \frac{dw}{dy} + \beta_1 w_* \frac{y^3}{y_0^2}. \quad \text{т} \tag{6}$$

Далее следует ввести безразмерные координаты – скорость и координату, соответственно:

$$\varphi = \frac{w}{w_*}; \tag{7}$$

$$\eta = \frac{y\nu}{w_*}. \tag{8}$$

В безразмерных координатах уравнения (5) и (6) будут выглядеть следующим образом:

$$1 = \left(1 + \frac{\beta_1}{y_0^3}\eta^4\right)\frac{d\varphi}{d\eta}; \tag{9}$$

$$1 = \left(1 + \frac{\beta_1}{y_0^2}\eta^3\right)\frac{d\varphi}{d\eta}. \tag{10}$$

Следовательно:

$$\varphi = \int_0^\eta \frac{d\eta}{1 + \frac{\beta_1}{y_0^3}\eta^4}; \tag{11}$$

$$\varphi = \int_0^\eta \frac{d\eta}{1 + \frac{\beta_1}{y_0^2}\eta^3}. \tag{12}$$

Аналитические решения для интегралов (11) и (12) в общем виде выглядят, соответственно, следующим образом:

$$\begin{aligned}\varphi = \frac{1}{4\sqrt{2}}\sqrt[4]{\frac{\eta_1^3}{\beta_1}}\Bigg[& 2\operatorname{arctg}\left(\eta\sqrt{2}\sqrt[4]{\frac{\beta_1}{\eta_1^3}}+1\right)+ \\ & + 2\operatorname{arctg}\left(\eta\sqrt{2}\sqrt[4]{\frac{\beta_1}{\eta_1^3}}-1\right)+ \\ & + \ln\left(\eta^2+\eta\sqrt{2}\sqrt[4]{\frac{\eta_1^3}{\beta_1}}+\eta_1\sqrt{\frac{\eta_1}{\beta_1}}\right)- \\ & - \ln\left(\eta^2-\eta\sqrt{2}\sqrt[4]{\frac{\eta_1^3}{\beta_1}}+\eta_1\sqrt{\frac{\eta_1}{\beta_1}}\right)\Bigg];\end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}\varphi = \frac{1}{6}\sqrt[3]{\frac{\eta_1^2}{\beta_1}}\Bigg[& 2\ln\left(\eta+\sqrt[3]{\frac{\eta_1^2}{\beta_1}}\right)- \\ & - \ln\left(\eta^2-\eta\sqrt[3]{\frac{\eta_1^2}{\beta_1}}+\eta_1\sqrt[3]{\frac{\eta_1^2}{\beta_1^2}}\right)+ \\ & + 2\sqrt{3}\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\left(2\eta\sqrt[3]{\frac{\beta_1}{\eta_1^2}}-1\right)\right)+\frac{\pi}{\sqrt{3}}\Bigg].\end{aligned} \tag{14}$$

Выражение (13) при определённых условиях может быть записано в более компактном виде:

$$\begin{aligned}\varphi = \frac{1}{4\sqrt{2}}\sqrt[4]{\frac{\eta_1^3}{\beta_1}}\Bigg[& 2\operatorname{arctg}\left(\eta\sqrt{2}\,\frac{\sqrt[4]{\frac{\eta_1^3}{\beta_1}}}{\sqrt{\frac{\eta_1^3}{\beta_1}}-\eta^2}\right)+ \\ & + \ln\left(\frac{\eta^2+\eta\sqrt{2}\sqrt[4]{\frac{\eta_1^3}{\beta_1}}+\eta_1\sqrt{\frac{\eta_1}{\beta_1}}}{\eta^2-\eta\sqrt{2}\sqrt[4]{\frac{\eta_1^3}{\beta_1}}+\eta_1\sqrt{\frac{\eta_1}{\beta_1}}}\right)\Bigg].\end{aligned} \tag{15}$$

Вышеуказанные ограничительные условия состоят в том, чтобы граница применимости последней формулы была следующей: $\left(\eta\sqrt{2}\sqrt[4]{\frac{\beta_1}{\eta_1^3}}+1\right)\left(\eta\sqrt{2}\sqrt[4]{\frac{\beta_1}{\eta_1^3}}-1\right)<1$ [13].

Эти условия в интересуемом диапазоне требуют, чтобы $\eta<\sqrt[4]{\eta_1^3/\beta_1}$. Следовательно, граница применимости формулы (15) будет меньшей в случае уменьшения значения толщины вязкого подслоя η_1 и увеличения константы в «степенном» законе в вязком подслое β_1.

Минимальная толщина вязкого подслоя η_1=5 [9], поэтому минимум границы применимости формулы (15) в этом случае будет $5<\sqrt[4]{5^3/\beta_1}$, или β_1<1/5=0,2, что явно выше значений постоянной в «степенных» законах, реализуемых как в гладких трубах, так и в трубах с турбулизаторами.

Например, для гладкой трубы при β=0,03 и η_1=5 граница применимости формулы (15) будет находиться немногим более 8. В связи с этим можно заключить, что формулу (15) можно применять, для любых η в вязком подслое, если коэффициент $\beta_1<1/\eta_1$.

Вышеизложенный анализ позволяет заключить, что формулу (15) можно применять (наряду с формулой (13)), поскольку ограничения, накладываемые на неё, слабее, чем ограничения, накладываемые физическими условиями рассматриваемого процесса.

Были получены результаты расчёта безразмерного профиля скорости в вязком подслое по зависимостям (13) (либо (15)) и (14) для β_1=0; 0,03; 0,06; 0,09; 0,12; 0,15; 0,18 для законов "четвёртой" и "третьей" степени соответственно.

Анализ полученных расчётных зависимостей показывает, что кривые для различных значений β_1 для $0<\eta<(5\div6)$ довольно близки между собой. Следовательно, увеличение турбулентной вязкости на границе вязкого подслоя даже в несколько раз, в достаточно незначительной степени деформирует безразмерный профиль скорости в данном подслое.

С увеличением η, при $\eta>(5\div6)$, кривые располагаются ниже профиля $\varphi=\eta$ ($\beta=0$).

Экспериментальные данные [3–5] показывают, что при $\eta>(5\div6)$ опытные точки для труб с турбулизаторами, как правило, лежат ниже профиля $\varphi=\eta$, а также ниже буферного профиля Кармана.

В работах автора [6–8; 10–12] показано, что к близким к экспериментальным значениям чисел Нуссельта приводит закон «третьей» степени для газообразных теплоносителей и закон «четвёртой» степени для теплоносителей в виде капельных жидкостей при значении коэффициента β_1=0,07.

В дальнейшем следует сказать несколько слов о характере течения в пограничном слое в возвратном потоке в трубах с турбулизаторами.

Исходя из экспериментальных данных [3–5], напряжение трения на стенке уменьшается при приближении к области присоединения, а в критической точке оно стремится к нулю, но затем резко возрастает. Следовательно, имеет место нарушение аналогии Рейнольдса между переносом тепла и переносом количества движения. Общеизвестно, что в местах присоединения пограничного слоя тепловой поток максимален, а трение при этом в данных местах минимально.

Характер течения в пограничном слое в возвратном потоке довольно сложен и зависит от характера течения в вихревой зоне [10, 11]. Как экспериментальные данные [3–5], так и теоретические [10, 11], показывают, что характер течения в пограничном слое возвратного потока за турбулизатором не определяется градиентом давления (например, эпюры давления [3–5] характеризует конфузорный характер течения в возвратном течении).

За точкой присоединения имеет место повышенная турбулентность потока, а затем снижается вплоть до уровня турбулентности для гладкой трубы.

В возвратном пограничном слое поток сильно турбулизирован. В пристенной области турбулентность потока сначала несколько падает, а затем несколько повышается, что объясняется влиянием вязкости на турбулентную структуру потока. Качественно профили в возвратном и присоединительном пограничных слоях резко различны, но не подчиняются каноническим зависимостям [3–5].

Профили скорости в пограничном слое за турбулизатором вследствие повышенной турбулентности характеризуются большей заполненностью, чем профили скорости на гладкой поверхности [3–5].

Опытные значения профилей скорости для труб с турбулизаторами в области

η>(5÷6) с небольшим разбросом лежат около зависимости $\varphi=\eta$, детерминируя границу вязкого подслоя для этого случая $\eta \approx 5$, которая консервативна для широкого диапазона относительных высот турбулизаторов [3–5], что характерно как для возвратного, так и для присоединённого пограничных слоёв.

Для всех сечений, кроме сечения в точке присоединения, опытные значения профиля скорости для труб с турбулизаторами лежат немногим выше или ниже кривой, отвечающей буферной зоне Кармана [3–5], что указывает на консервативность последней.

Вышесказанное имеет важное значение для исследования влияния числа Прандтля Pr на уровень интенсификации теплообмена в трубах с турбулизаторами, поскольку это влияет на эффективность применения интенсификации теплообмена в теплообменных аппаратах с различными теплоносителями (например, воздух, вода, масло и т.п.), применяемых в различных отраслях техники: авиационной, ракетно-космической, химической, машиностроении и т.п.

Как уже отмечалось, с теоретической точки зрения вопрос о влиянии числа Прандтля Pr на теплообмен в трубах с турбулизаторами – это, в значительной степени, вопрос об уровне турбулентности на границе вязкого и буферного подслоёв.

Данный вопрос следует проанализировать с точки зрения расчётных данных для труб с турбулизаторами при больших числах Прандтля Pr.

Перепад температур в вязком подслое детерминируется на основании законов «четвёртой» и «третьей» степени – (13) и (14) соответственно.

Как было показано выше, для условий гладкой трубы β=0,03 [9], но для труб с турбулизаторами уровень турбулентности на границе вязкого и буферного подслоёв будет большей, поскольку будут иметь место дополнительные вихреобразования.

Для широкого диапазона чисел Прандтля Prрасчёт теплообмена в трубах с турбулизаторами производился на базе четырёхслойной модели турбулентного пограничного слоя с применением законов «четвёртой» и «третьей» степени.

Подробности данной модели в достаточной мере рассмотрены в многочисленных работах автора, например в [6–8; 10–12], поэтому в рамках данной работы не будем на них останавливаться, а опишем только окончательные выражения для чисел Нуссельта:

$$\mathbf{Nu} = 2\left[\int\limits_{1-\frac{\eta_1}{\mathrm{Re}}\sqrt{\frac{32}{\xi}}}^{1} \frac{R^3}{1+\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr}_m}\frac{\beta_1}{\eta_1^2}\mathrm{Re}^3(1-R)^3\left(\frac{\xi}{32}\right)^{\frac{3}{2}}}dR + \int\limits_{1-\frac{\eta_2}{\mathrm{Re}}\sqrt{\frac{32}{\xi}}}^{1-\frac{\eta_1}{\mathrm{Re}}\sqrt{\frac{32}{\xi}}} \frac{R^3}{1+\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr_T}}\left(\frac{1}{5}(1-R)\mathrm{Re}\sqrt{\frac{\xi}{32}}-1\right)}dR + \int\limits_{1-\frac{h}{R_0}}^{1-\frac{\eta_2}{\mathrm{Re}}\sqrt{\frac{32}{\xi}}} \left(\frac{R^3}{1+\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr_T}}\mathrm{Re}\frac{2}{5}\sqrt{\frac{\xi}{32}}\frac{h}{R_0}\left(1-\frac{h}{R_0}\right)}\right)dR + \int_0^{1-\frac{h}{R_0}}\left(\frac{R^3}{1+\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr_T}}\mathrm{Re}\frac{2}{5}\sqrt{\frac{\xi}{32}}R(1-R)}\right)dR\right]^{-1}, \quad (16)$$

для закона «третьей» степени в вязком подслое;

$$\mathbf{Nu}=2\left[\int\limits_{1-\frac{\eta_1}{\mathrm{Re}}\sqrt{\frac{32}{\xi}}}^{1} \frac{R^3}{1+\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr}_m}\frac{\beta_1}{\eta_1^3}\mathrm{Re}^4(1-R)^4\left(\frac{\xi}{32}\right)^{2}}dR + \int\limits_{1-\frac{\eta_2}{\mathrm{Re}}\sqrt{\frac{32}{\xi}}}^{1-\frac{\eta_1}{\mathrm{Re}}\sqrt{\frac{32}{\xi}}} \frac{R^3}{1+\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr_T}}\left(\frac{1}{5}(1-R)\mathrm{Re}\sqrt{\frac{\xi}{32}}-1\right)}dR + \int\limits_{1-\frac{h}{R_0}}^{1-\frac{\eta_2}{\mathrm{Re}}\sqrt{\frac{32}{\xi}}} \left(\frac{R^3}{1+\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr_T}}\mathrm{Re}\frac{2}{5}\sqrt{\frac{\xi}{32}}\frac{h}{R_0}\left(1-\frac{h}{R_0}\right)}\right)dR + \int_0^{1-\frac{h}{R_0}}\left(\frac{R^3}{1+\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr_T}}\mathrm{Re}\frac{2}{5}\sqrt{\frac{\xi}{32}}R(1-R)}\right)dR\right]^{-1}, \quad (17)$$

для закона «четвёртой» степени в вязком подслое.

Для гладкой трубы значения числа Нуссельта рассчитывались аналогичным образом, только для трёхслойной модели турбулентного пограничного слоя.

Интегралы (16) и (17) в данной работе рассчитывались численно, однако, имеются аналитические решения для данных интегралов, которые довольно громоздки и приводятся в специализированной монографии [12].

Расчётные значения по аналитическим и численным методам полностью идентичны [12].

Были получены результаты расчёта относительного теплообмена $Nu/Nu_{ГЛ}$ в трубах с турбулизаторами для $Pr=1\div10^3$ для $d/D=0{,}90$; $t/D=1$; $Re=2\cdot10^4$ как для закона «четвёртой» степени, так и для закона «третьей» степени в вязком подслое.

Анализ полученных теоретических расчётных данных на основе закона «третьей» степени даёт для больших чисел Прандтля Pr завышенные значения и подтверждает постулированное в предыдущих работах [6–8; 10–12], что для них более подходит закон «четвёртой» степени.

Относительный теплообмен $Nu/Nu_{ГЛ}$ монотонно увеличивается с увеличением числа Прандтля Pr, примерно на 0,03% при увеличении числа Прандтля Pr на единицу. После $Pr>10^3$ относительный теплообмен почти стабилизируется.

Были получены результаты расчёта относительного теплообмена $Nu/Nu_{ГЛ}$ в трубах с турбулизаторами при различных значениях параметра $\beta_1=0{,}0425$; 0,06; 0,07 для $Pr=1\div10^3$ для $d/D=0{,}93$; $t/D=0{,}25$; $Re=10^5$ как для закона «четвёртой» степени, так и для закона «третьей» степени.

Анализ полученных теоретических расчётных данных показывает, что увеличение относительного теплообмена $Nu/Nu_{ГЛ}$ в трубах с турбулизаторами с увеличением числа Прандтля Pr происходит довольно незначительно, особенно после $Pr>100$.

Анализируя полученные теоретические расчётные данные можно также прийти к выводу, что величина коэффициента $\beta_1=0{,}07$ в законе «четвёртой» степени для больших чисел Прандтля близка к экспериментальным значениям относительного теплообмена $Nu/Nu_{ГЛ}$ в трубах с турбулизаторами.

Закон «третьей» степени даёт завышенные значения, а меньшие значения коэффициента дают заниженные значения относительного теплообмена $Nu/Nu_{ГЛ}$.

Следовательно, уровень турбулентности на границе вязкого и буферного подслоёв в трубах с турбулизаторами при больших числах Прандтля Pr выше в 2÷2,5 раза по сравнению с гладкими трубами, на что частично указано в работах автора [6–8; 10–12].

При больших числах Прандтля Pr относительный теплообмен $Nu/Nu_{ГЛ}$ в трубах с турбулизаторами может снижаться с увеличением числа Рейнольдса Re.

В рамках четырёхслойной модели данное обстоятельство может быть объяснено следующим образом: с ростом числа Рейнольдса Re абсолютная величина вязкого подслоя снижается приблизительно в обратной пропорции, что приводит к увеличению расстояния от вершины турбулизатора до внешней границы вязкого подслоя на дне впадины. В этом случае уровень турбулентности на границе вязкого подслоя вследствие затухания пульсаций турбулентности может быть понижен, что и приводит к определённому снижению относительного теплообмена $Nu/Nu_{ГЛ}$ при увеличении числа Рейнольдса Re при больших числах Прандтля Pr.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Эффективные поверхности теплообмена / Э.К. Калинин, Г.А. Дрейцер, И.З. Копп и др. — М.: Энергоатомиздат, 1998. — 408 с.

2. Калинин Э.К., Дрейцер Г.А., Ярхо С.А. Интенсификация теплообмена в каналах. — М.: Машиностроение, 1990. — 208 с.

3. Мигай В.К. Интенсификация конвективного теплообмена в трубах и каналах теплообменного оборудования: Диссертация на соискание учёной степени доктора технических наук. — Л., 1973. — Т. 1. — 327 с.; Т. 2. — 85 с.

4. Мигай В.К. Повышение эффективности современных теплообменников. — Л.: Энергия. Ленинградское отделение, 1980. — 144 с.

5. Мигай В.К. Моделирование теплообменного энергетического оборудования. — Л.: Энергоатомиздат. Ленинградское отделение, 1987. — 263 с.

6. Дрейцер Г.А., Лобанов И.Е. Моделирование изотермического теплообмена при турбулентном течении в каналах в условиях интенсификации теплообмена // Теплоэнергетика. — 2003. — № 1. — С. 54—60.

7. Лобанов И.Е. Моделирование теплообмена и сопротивления при турбулентном течении в каналах теплоносителей в условиях интенсификации теплообмена // Труды Третьей Российской национальной конференции по теплообмену. В 8 томах. Т. 6. Интенсификация теплообмена. Радиационный и сложный теплообмен. — М., 2002. — С. 140—143.

8. Лобанов И.Е. Математическое моделирование интенсифицированного теплообмена при турбулентном течении в каналах: Диссертация на соискание учёной степени доктора технических наук. — М., 2005. — 632 с.

9. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. — М.: Атомиздат, 1979. — 416 с.

10. Лобанов И.Е. Моделирование структуры вихревых зон между периодическими поверхностно расположенными турбулизаторами потока прямоугольного поперечного сечения // Математическое моделирование. — 2012. — Т. 24. — № 7. — С. 45—58.

11. Лобанов И.Е. Математическое моделирование структуры вихревых зон между периодическими поверхностно расположенными турбулизаторами потока полукруглого и квадратного поперечного сечения // Отраслевые аспекты технических наук. — 2012. — № 9. — С. 11—30.

12. Лобанов И.Е., Парамонов Н.В. Математическое моделирование интенсифицированного теплообмена при течении в каналах на основе сложных моделей турбулентного пограничного слоя. — М.: Издательство МАИ, 2011. — 160 с.

13. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. — М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1986. — 544 с.