

ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА КОЛЕБАНИЙ ЗАЩЕМЛЕННОЙ КРУГЛОЙ ПЛАСТИНЫ

Cherepanov A.P.

FEATURES OF CALCULATION OF VIBRATIONS OF A PINCHED ROUND PLATE

Аннотация. Рассмотрен метод расчета колебаний круглой стальной пластины, защемленной по окружности и нагружаемой кратковременной нагрузкой с определением частоты основного тона (низшего вида колебаний). В практических расчетах учтена частота собственных колебаний, масса самой пластины, а также масса воздуха или жидкости.

Ключевые слова: амплитуда, защемление, пластина, прогиб, собственная частота.

Abstract. A method for calculating the vibrations of a circular steel plate, clamped around the circumference and loaded with a short-term load, with the determination of the frequency of the fundamental tone (the lowest type of vibration), is considered. For practical calculations, the influence of the mass of the plate itself, as well as the mass of air or liquid, on the frequency of natural oscillations is taken into account.

Keywords: amplitude, deflection, natural frequency, plate, pinching.

Рассмотрим метод определения частоты основного тона (низшего вида колебаний) круглой пластины, защемленной по окружности и нагружаемой кратковременной нагрузкой, как показано на рис. 1.

Частота свободных колебаний определяется свойствами колеблющейся системы: собственной и присоединенной массами, размерами и жесткостью пластины, опорными условиями, внутренним трением и сопротивлением среды. Когда частота возмущающей силы оказывается равной частоте собственных колебаний пластины, наступает опасное явление резонанса, при котором резко возрастает амплитуда колебаний, следовательно, и значение изгибных напряжений.

Учтем только основную массу самой пластины. Влияние среды подлежит учету, поскольку масса воздуха или жидкости влияет на частоту собственных колебаний пластины [1]. Определим частоту основного тона колебаний круглой пластины с жестко закрепленным контуром согласно [1]:

$$f_{0,ж} = \frac{10,21}{2\pi b^2 \sqrt{1 + \beta_{ж}}} \sqrt{\frac{gD}{\gamma h}}, \quad (1)$$

где $\frac{\gamma_1}{\gamma}$ – отношение плотностей жидкости и материала пластины;

b – радиус пластины;

h – толщина пластины;

g – ускорение силы тяжести: $g = 9,80665 \text{ м/с}^2 = 980,665 \text{ см/с}^2$;

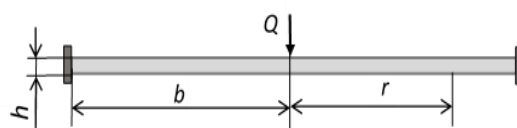


Рис. 1 – Пластина, защемленная по окружности

γ_1 – плотность воздуха при 20 °С составляет $\gamma_1 = 0,00145$ г/см³;

γ – плотность материала стальной пластины. $\gamma = 7,8$ г/см³;

Поправка на влияние жидкости [2]

$$\beta_{\text{ж}} = 0.6689 \frac{b\gamma_1}{h\gamma}; \quad (2)$$

Прочностная характеристика пластины:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \mu^2)}; \quad (3)$$

E – модуль упругости материала пластины. $E = 2 \cdot 10^6$ кг/см²;

μ – коэффициент Пуассона. Для стали $\mu = 0,3$;

Q – сила возмущения, приложенная к пластине. $Q = 4$ кгс.

В качестве примера рассчитаем частоту основного тона колебаний круглой пластины с жестко закрепленным контуром радиусом $b = 50$ мм толщиной $h = 2$ мм.

По формуле (2) определим поправку на влияние жидкости:

$$\beta_{\text{ж}} = 0.6689 \frac{b\gamma_1}{h\gamma} = 0.6689 \frac{5 \cdot 0,00145}{0,2 \cdot 7,8} = 0,003109.$$

По формуле (3) определим прочностную характеристику пластины:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \mu^2)} = \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 0,2^3}{12(1 - 0,3^2)} = 1465,2 \text{ кг} \cdot \text{см} = 1,4652 \cdot 10^6 \text{ г} \cdot \text{см}.$$

По формуле (3) определим частоту основного тона колебаний круглой пластины с жестко закрепленным контуром:

$$f_{\text{о.ж}} = \frac{10,21}{2 \cdot 3,14 \cdot 5^2 \sqrt{1 + 0,003109}} \sqrt{\frac{980,665 \cdot 1,4652 \cdot 10^6}{7,8 \cdot 0,2}} = 1970 \frac{1}{\text{с}}.$$

Если, например, величина прогиба в центре данной пластины составляет:

$$w = -0,00185 \text{ см} = 0,0185 \text{ мм},$$

то амплитуда колебаний ее составит:

$$A = 2w = 2 \cdot 0,0185 = 0,037 \text{ мм}.$$

Величина амплитуды составляет около 1,85 % от толщины пластины.

В работе показана принципиальная возможность применения методики [1] для расчета частоты основного тона колебаний защемленной по контуру круглой стальной пластины в зоне резонанса, при этом частота колебаний высших порядков менее опасна, поскольку для возбуждения в ней вынужденных колебаний с опасными значениями амплитуд нужна энергия большей величины, которая, как правило, в такой системе отсутствует.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чижевский К.Г. Расчет круглых и кольцевых пластин. Справочное пособие. Л., «Машиностроение» (Ленингр. отделение), 1977. –184 с.
2. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. М., «Наука», 1967, 444 с.