

**Семёнов Иван Александрович**,  
к.т.н., доцент, Ангарский государственный технический университет,  
e-mail: semenovia.chem@yandex.ru

**Несмеянова Виктория Андреевна**,  
студент, Ангарский государственный технический университет,  
e-mail: viktorija.nesmeyanova@yandex.ru

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К КОЛЕБАНИЯМ ТВЕРДОЙ ПОВЕРХНОСТИ В НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

Semenov I.A., Nesmeyanova V.A.

## THEORETICAL ANALYSIS OF THE EQUATION OF MOTION AS APPLIED TO OSCILLATIONS OF A SOLID SURFACE IN INCOMPRESSIBLE LIQUID

**Аннотация.** В работе выполнен расчет уравнения движения применительно к колебаниям твердой поверхности в несжимаемой жидкости. Уравнение движения было приведено к безразмерному виду, а его решение получено конечно-разностным методом. Анализ решения показал, что при колебаниях твердой поверхности в несжимаемой жидкости образуется стационарный поток, скорость которого пропорционально зависит от акустического числа Рейнольдса.

**Ключевые слова:** колебания, уравнение движения, акустическое число Рейнольдса.

**Abstract.** In this paper, the equation of motion is calculated as applied to vibrations of a solid surface in an incompressible fluid. The equation of motion was reduced to a dimensionless form, and its solution was obtained by the finite difference method. An analysis of the solution showed that when a solid surface vibrates in an incompressible fluid, a stationary flow is formed, the speed of which depends proportionally on the acoustic Reynolds number.

**Keywords:** vibrations, equation of motion, acoustic Reynolds number.

Ряд технологических процессов, используемых в химической технологии, характеризуется низкой скоростью тепло- и массообмена. Интенсификацию процессов в жидких средах можно проводить за счет воздействия на среду акустических колебаний большой частоты, например, ультразвуковых [1].

С энергетической точки зрения перспективным направлением является интенсификация процессов тепло- и массообмена при помощи низкочастотных колебаний жидкой среды. При низких частотах в жидкой среде образующийся градиент давлений выражен не так сильно, как при высокочастотном озвучивании, поэтому условно жидкость в данных процессах можно рассматривать как несжимаемую.

Уравнение движение для нормальной составляющей скорости к колеблющейся поверхности можно записать через уравнение Бюргера как:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + W \frac{\partial W}{\partial z} = \nu \frac{\partial^2 W}{\partial z^2}, \quad (1)$$

где:  $W$  – нормальная составляющая скорости, м/с;  $t$  – время, с;  $z$  – координата нормали к колеблющейся поверхности, м;  $\nu$  – кинематическая вязкость жидкости, м<sup>2</sup>/с.

Уравнение движение для нормальной составляющей скорости к колеблющейся поверхности в безразмерном виде можно записать, как:

$$Re^{-1} \frac{\partial \omega}{\partial \tau} + \omega \frac{\partial \omega}{\partial \eta} = \frac{\partial^2 \omega}{\partial \eta^2},$$

где:  $\omega = W/(Af)$  – безразмерная скорость;  $\eta = z f A / \nu$  – безразмерная координата;  $\tau = t f$  – безразмерное время;  $Re = f A^2 / \nu$  – безразмерное акустическое число Рейнольдса.

Дифференциальное уравнение решалось методом конечных разностей в математическом пакете MatLab. При этом была использована явная конечно-разностная схема первого порядка точности с равномерным шагом сетки по  $\eta$  и  $\tau$ .

Решение было получено при следующих граничных и начальных условиях:

$$\eta = 0, \tau > 0: \omega = 2\pi \cos(2\pi\tau); \eta \rightarrow \infty, \tau > 0: \omega \rightarrow 0; \eta > 0, \tau = 0: \omega = 0.$$

Расчет безразмерной скорости  $\omega$  проводился в диапазоне изменения величины  $\tau$  от 197 до 200. Такие значения безразмерного времени являются достаточно продолжительным с момента начала процесса, поэтому рассматриваемые колебания в среде можно считать установившимися.

Расчет показал, что, несмотря на затухающий характер колебаний, в жидкости на некотором расстоянии от колеблющейся поверхности устанавливается постоянная безразмерная скорость движения среды  $\omega^*$ . При этом величина  $\omega^*$  не зависит от числа  $Re$  и ее значение для всех режимов составляет ~2,8.

Если принять, что амплитуда колебаний среды при достижении значения 1 % от начальной амплитуды становится незначимо малой, то можно условно определить толщину слоя жидкости  $\delta$ , в котором движение следует рассматривать как колебательное. В результате расчетов было получено, что в диапазоне числа  $Re$  от 5 до 500 безразмерная толщина такого колебательного слоя  $\delta$  может быть с достаточной точностью ( $R^2=0,99$ ) описана следующим уравнением регрессии:

$$\delta = 10,98 Re^{1,21}.$$

За границей слоя толщиной  $\delta$  колебания жидкости можно не учитывать, а скорость движение среды принять равномерной и равной  $\omega^*$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Розенберг, Л.Д.** Физические основы ультразвуковой технологии. – Москва: Наука, 1967. – 380 с.