УДК 517.18

Свердлова Ольга Леонидовна,
к.т.н., доцент, Ангарский государственный технический университет,
e-mail: olgasv273@mail.ru
Кондратьева Лариса Михайловна,
к.х.н., доцент, Ангарский государственный технический университет,
e-mail: kondrateva_lm@mail.ru

О НЕКОТОРЫХ МЕТОДАХ УПРОЩЕНИЯ ОБЩЕГО УРАВНЕНИЯ КРИВЫХ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Sverdlova O.L., Kondratyeva L.M.

ONSOME METHODS FOR SIMPLIFYING THE GENERAL EQUATIONS OF CURVES OF THE SECOND-ORDER

Аннотация. В работе рассматриваются основные методы приведения общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.

Ключевые слова: кривые второго порядка, квадратичная форма, каноническое уравнение.

Abstract. The article is considered with basic methods for reducing the general equation of a second-order curve to the canonical form.

Keywords: second-order curve, form of degree of two, canonical equation.

Кривые второго порядка были известны еще в древней Греции и назывались «коническими сечениями». Применение изученных греками кривых нашло применение в XVII-XIII в. баллистике и астрономии. После введения понятия космических скоростей оказалось, что тело, запущенное с различной скоростью, может двигаться в пространстве по различным траекториям, представляющим кривые второго порядка: эллипс, гиперболу и параболу. В XX веке физические эксперименты показали, что и частицы двигаются по траекториям, являющимися кривыми второго порядка. Основной задачей, связанной с изучением кривых второго порядка и их приложений, является приведение общего уравнения кривой

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0 \quad (1)$$

к каноническому виду. Уравнение (1) в зависимости от числовых значений коэффициентов A, B и C в плоскости Oxy определяет кривые трех типов: эллиптического, гиперболического и параболического.

Задача упрощения состоит в том, чтобы в преобразованном уравнении были устранены:

1) член, содержащий произведение текущих координат;

2) члены, содержащие первые степени двух координат или, по крайней мере, одной из них.

Для ее решения можно воспользоваться следующими приемами:

1) использование квадратичной формы и метода приведения ее к каноническому виду;

2) преобразование координат в общем уравнении по формулам:

$$\begin{cases} x = x'\cos\varphi - y'\sin\varphi, \\ y = x'\sin\varphi - y'\cos\varphi. \end{cases} \qquad (2)$$

Используя первый прием, квадратичная форма $f(x,y) = Ax^2 + 2Bxy + Cy^2$ приводится к каноническому виду

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 = \lambda_1 (x')^2 + \lambda_2 (y')^2.$$

Собственные векторы $\overline{X}^{(\lambda_1)}$ и $\overline{X}^{(\lambda_2)}$ задают новый ортогональный базис $\left(\overline{e_1}', \overline{e_2}'\right)$, где $\overline{e_1}' = \pm\{l_1; m_1\}$ и $\overline{e_2}' = \pm\{l_2; m_2\}$ будут получены геометрически путем поворота системы Oxy на угол φ. Координаты орт вектора $\overline{e_1}'$ совпадают с направляющими косинусами вектора в первоначальной системе координат:

$$\begin{cases} l_1 = \cos\varphi, \\ m_1 = \cos\gamma = \pm\sin\varphi. \end{cases} \qquad (3)$$

Выражение $Dx + Ey + F$ в уравнении (1) заменяют с помощью формул перехода к новой системе координат $Ox'y'$:

$$\begin{cases} x = l_1 x' + l_2 y', \\ y = m_1 x' + m_2 y'. \end{cases} \qquad (4)$$

и полученное уравнение приводят к каноническому виду:

$$\frac{\left(x' - x_0'\right)^2}{a^2} \pm \frac{\left(y' - y_0'\right)^2}{b^2} = \pm 1; \quad \left(y' - y_0'\right)^2 = \pm 2p\left(x' - x_0'\right); \quad \left(x' - x_0'\right)^2 = \pm 2p\left(y' - y_0'\right) \qquad (5)$$

В случае упрощения общего уравнения кривой по формулам (2) добиваются того, чтобы в преобразованном уравнении был устранен член, содержащий произведение текущих координат. Угол поворота φ выбирается таким образом, чтобы коэффициент при произведении $x'y'$ обратился в нуль. Полученное уравнение также приводят к каноническому виду (5).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Беклемишев, Д.В.** Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М.: Издательство «Наука», 1974. – 320 с.

2. **Игнатьева, А.В., Краснощекова, Т.И., Смирнов, В.Ф.** Курс высшей математики. – М.: Издательство «Высшая школа», 1968. – 692 с.